



**РЕФЕРАТ**

Есеп 28 бет, 1 кітап, 20 пайдаланылған әдебиеттер, 2 қосымша.

СПЕКТРЛІК ШКАЛАЛАР; ШЕКТІК НҮКТЕЛЕР; (СУБ-)МАЖОРЛАНДЫРУ; КОММУТАТИВТІ ЕМЕС -КЕҢІСТІК; ӘЛСІЗ КОМПАКТІЛІК; АҚЫРЛЫ ФОН НЕЙМАН АЛГЕБРАЛАРЫ

Зерттеу нысандары: ақырлы өлшемді кеңістіктегі барлық өлшемді функциялардың шектік нүктелерінің жиынының сипаттамасы; ақырлы өлшемді фон Нейман алгебраларында (коммутативті емес жағдайда) анықталған барлық өлшемді операторлардың шектік нүктелерінің жиынын сипаттау; жартылай ақырлы суб-диагональды алгебралармен байланысқан - және -мәнді Харди кеңістігіндегі шартты күтімнің шенелгенділік критерийі; Лоренц кеңістігінің ішкі жиынының әлсіз компактілік критерийі (ақырлы және - ақырлы өлшемді кеңістігі үшін әлсіз компактілік К.М. Чонг критерийін жалпылау).

Жұмыс нәтижелері: осы есептің 2-тармағы 1-тармақтың салдары болып табылады. Осы тармақтардың күтілетін нәтижелеріне қол жеткізілді және Q1 квартиліне кіретін жоғары деңгейдегі Advances in Mathematics журналында жарияланды. SCImago Journal Rank (SJR): 2,47, процентил: 87. Бірінші автор - жоба жетекшісі. 3-тармақтың нәтижелері Annals of Functional Analysis журналында жарияланған, онда екі автор да жобаның орындаушылары болып табылады, Web of Science (WoS): Quartile (2019) = Q3; Scopus: процентиль = 52. 4-тармақтың күткен нәтижелеріне де қол жеткізілді, бірақ әлі жарияланбаған. Ақырында, 5-бөлімде біз Лоренц кеңістігінің ішкі жиыныны үшін әлсіз компактілік критерийін алдық, белгілі К.М. Чонгтың критериін кеңістігі үшін әлсіз компактілік қолдандық және жалпыладық. Күтілген нәтижеге де қол жеткізілгенін ескеріңіз.

2020 жылдың күнтізбелік жоспарында жоспарланған барлық тапсырмалар толықтай орындалды.

**РЕФЕРАТ**

Отчёт 28 стр., 1 кн., 20 источн., 2 прил.

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ШКАЛЫ; ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ; (СУБ-)МАЖОРИЗАЦИЯ; НЕКОММУТАТИВНОЕ -ПРОСТРАНСТВО; СЛАБАЯ КОМПАКТНОСТЬ; КОНЕЧНЫЕ АЛГЕБРЫ ФОН НЕЙМАНА

Объекты исследования: характеристика множества предельных точек всех измеримых функций в конечномерном пространстве ; характеристика множества предельных точек всех измеримых операторов, определенных в конечномерных алгебрах фон Неймана (в некоммутативном случае); критерий ограниченности условного ожидания в - и -значных пространствах Харди, связанных с полуконечными суб-диагональными алгебрами; критерий слабой компактности для подмножества пространства Лоренца (обобщение критерия К.М. Чонга слабой компактности для пространства  с конечной и -конечной мерами).

Результаты работы: Пункт 2 настоящего отчета является следствием пункта 1. Ожидаемые результаты данных пунктов достигнуты и опубликованы в топовом журнале [Advances in Mathematics](https://www.sciencedirect.com/science/journal/00018708), квартиль Q1. SCImago Journal Rank (SJR): 2.47, процентиль 87-ой. Первый автор является руководителем проекта. Результаты пункта 3 опубликованы в журнале Annals of Functional Analysis, в котором оба автора являются исполнителями проекта, Web of Science (WoS): Квартиль (2019)=Q3; Scopus: процентиль 52ой. Ожидаемые результаты пункта 4 также достигнуты, но пока еще не опубликованы. Наконец, в пункте 5 мы получили критерий слабой компактности для подмножества пространства Лоренца, используя и обобщая известный критерий К.М. Чонга слабой компактности для пространства . Заметим, что ожидаемый результат также достигнут.

Все задания календарного плана на 2020 год полностью выполнены.

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | ВВЕДЕНИЕ …………………………………………...………………………................ | 6 |
|  | ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ ......................................................................................................... | 9 |
| 1 | Исследование свойств предельных точек множества всех измеримых операторов, определенных в конечномерных алгебрах фон Неймана, в некоммутативном случае .................................................................................................................................. | 9 |
| 2 | Исследование свойств предельных точек множества всех измеримых функций в конечномерном пространстве ............................................................................ | 10 |
| 3 | Исследование условного ожидания в - и -значных пространствах Харди ........... | 11 |
| 4 | Изучение вопросов вложения пространств  и  в пространства Орлича ................................................................................................................................ | 12 |
| 5 | Изучение критериев слабой относительной компактности в пространстве Лоренца | 14 |
|  | ЗАКЛЮЧЕНИЕ ................................................................................................................. | 18 |
|  | СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ ........................................................ | 20 |
|  | ПРИЛОЖЕНИЕ A – Список опубликованных работ …………………........................ | 22 |
|  | ПРИЛОЖЕНИЕ Б – Календарный план .......................................................................... | 23 |

**ВВЕДЕНИЕ**

В 1967 году Дж. Люксембург поставил следующий вопрос (см. [1, проблема 1]): Определить все предельные точки , , для произвольного пространства конечной меры , где - множество всех интегрируемых функций на мажорируемых функцией в смысле Харди – Литтлвуда – Поля.

Хорошо известен случай, когда со счетной мерой. Пусть - частичный порядок Харди-Литтлвуда-Поля для вещественных -векторов. Известно, что тогда и только тогда, когда принадлежит выпуклой оболочке множества перестановок [2], т.е. выпуклой оболочке { является матрицей перестановок}. Более того, предельные точки - это в точности перестановки (см., например, [2]). Если - произвольное пространство с конечной мерой и , то называется мажорируемым функцией в смысле Харди – Литтлвуда – Поля (обозначается ) если выполнено следующее условие для всех и , где - непрерывная справа равноизмеримая невозрастающая перестановка (определение см. [3, 4]). В частном случае, когда не имеет атомов, множество называется орбитой функции (относительно дважды стохастических операторов ) [4, 5, 6]. Впервые было доказано Риффом [5], что если и (то есть и ), то является предельной точкой . В 1967 г. Люксембург [1] расширил результат Риффа [5] на случай произвольного безатомного пространства с конечной мерой . Однако обратная импликация осталась неразрешенной в [5] и [1], а позже была рассмотрена Риффом [7] (см. также [6]), который получил следующую характеризацию.

Пусть - безатомное пространство с конечной мерой. Пусть и . Тогда является предельной точкой тогда и только тогда, когда равноизмерима с (то есть ).

Однако случай произвольных пространств с конечной мерой (например, ), по-видимому, остался открытым, и этот случай не может быть получен как следствие из безатомного случая (см. Замечание 1.3 в опубликованной работе [1]). Основная цель пунктов 1 и 2 настоящего отчета - дать исчерпывающий ответ на вопрос Люксембурга. Более того, мы рассматриваем этот вопрос в гораздо более общем контексте, давая характеристику предельных точек множества всех самосопряженных операторов, мажорируемых самосопряженным оператором в некоммутативном -пространстве, аффилиированной с конечной алгеброй фон Неймана (см., например, [8, 9, 10] для связанных частичных результатов в некоммутативной ситуации).

Пусть - алгебра фон Неймана, снабженная точным нормальным конечным следом , а (соответственно ) - множество всех самосопряженных (соответственно положительных) операторов в некоммутативном -пространстве . Петц [11] ввел спектральную шкалу -измеримого самосопряженного оператора . В частном случае, когда коммутативно (и, следовательно, пара может быть отождествлена ​​с ), понятие спектральных масштабов совпадает с невозрастающими перестановками. Подробное обсуждение этого понятия можно найти в [9] (см. также [8, 12, 13]). Теорема 1.1, приведенная ниже в пункте 1 настоящего отчета, является основным результатом опубликованной работы [1], объединяющим теорему Риффа [6, 7] и классический результат для векторов [2] со значительным расширением.

Далее, пусть и - соответствующие некоммутативные - пространства соответственно. Условное ожидание - это единственное нормальное точное отображение такое, что . В [14] доказано, что - сжимающая проекция из на при . Кроме того, в [15] изучались некоммутативные - пространства, ассоциированные с полуконечной субдиагональной алгеброй. Основная цель пункта 3 настоящего отчета - получить обобщение цитированных выше работ для полуконечного случая.

В [16] авторы доказали, что существует сжимающая проекция из в при (соответственно, из в для ) при условии что субдиагональная алгебра конечна. В опубликованной работе [2] мы распространили эти результаты на полуконечный случай. Обращаясь именно к этой структуре, наши основные результаты, теоремы 5 и 7 в опубликованной работе [2] (см. также пункт 3 настоящего отчета), дают полное описание этих результатов, тем самым дополняя [16, теорема 3 и теорема 4].

Так же доказывается, что любая функция из принадлежит некоторому пространству Орлича, отличному от самого (см. Теорему 4.1 в пункте 4 настоящего отчета). Для случая интегрируемой функции из пространства с конечной мерой этот результат известен (см. [17, гл. II, с.60]). Фактически, наше доказательство аналогично случаю пространства с конечной мерой, однако нам нужно выбрать другое разбиение , отличное от разбиения (0,1) в [17, гл. II, с.60 ].

Наконец, мы получили критерий слабой компактности для подмножества пространства Лоренца, используя и обобщая известный критерий К.М. Чонга слабой компактности для пространства с конечной и конечной мерами.

Ключевые слова: спектральные шкалы; предельные точки; (суб-)мажоризация; некоммутативное -пространство; слабая компактность; конечные алгебры фон Неймана.

**ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ**

**1 Исследование свойств предельных точек множества всех измеримых операторов, определенных в конечномерных алгебрах фон Неймана, в некоммутативном случае**

В период с апреля по июль 2020 года, согласно календарному плану, исполнители проекта исследовали свойства предельных точек множества всех измеримых операторов,определенных в конечномерных алгебрах фон Неймана, в некоммутативном случае.

Получены свойства и характеристика множества предельных точек всех измеримых операторов, определенных в конечномерных алгебрах фон Неймана, в некоммутативном случае.

Далее мы приводим Теорему 1.1 в опубликованной работе [1] (см. список опубликованных работ), где первым автором является руководитель проекта, которая полностью покрывает пункт 1.1 календарного пункта.

Теорема 1.1. Предположим, что - алгебра фон Неймана, снабженная точным нормальным следом . Пусть и пусть - это множество всех самосопряженных операторов , удовлетворяющих условию . Тогда является предельной точкой тогда и только тогда, когда для каждого выполняется одно из следующих условий:

1. ;

2. со спектральной проекцией , являющейся атомом в и

Таким образом, в опубликованной работе [1] (см. список опубликованных работ) мы получили полные и исчерпывающие ответы на пункты 1.1 и 1.2 настоящего проекта. Краткое резюме: пусть – произвольная интегрируемая функция в конечномерном пространстве с мерой . Мы охарактеризовали предельные точки множества всех измеримых функций на мажорируемых функцией . Тем самым, мы получили более общий и важный результат, а именно мы полностью разрешили (положительно) проблему сформулированную Дж. Люксембургом в 1967г. Более того, мы получили некоммутативный аналог данного результата.

**2 Исследование свойств предельных точек множества всех измеримых функций в конечномерном пространстве**

В период времени с апреля по июль 2020 года, согласно календарному плану, исполнители проекта исследовали свойства предельных точек множества всех измеримых функций в конечномерном пространстве .

Получены свойства и характеристика множества предельных точек всех измеримых функций в конечномерном пространстве .

Следствие (теоремы 1.1 предыдущего пункта) в опубликованной работе [1] полностью отвечает на вопрос данного пункта. Приведем ее формулировку.

Следствие 2.1 Предположим, что - произвольное нормированное пространство с мерой. Пусть и - множество всех интегрируемых функций на , мажорируемых функцией y в смысле Харди – Литтлвуда – Поля. Тогда является предельной точкой тогда и только тогда, когда для каждого выполняется одно из следующих условий:

1. ;

2. с прообразом , являющимся атомом в и

**3 Исследование условного ожидания в - и -значных пространствах Харди**

Мы получили критерий ограниченности условного ожидания в - и -значных пространствах Харди, связанных с полуконечными суб-диагональными алгебрами. Все результаты данного пункта опубликованы в работе [2] (см. список опубликованных работ), в которой оба автора являются исполнителями проекта. Работа выполнена в срок указанный в календарном плане.

Определим условное математическое ожидание в пространтсвах и следующим образом:

где – это условное математическое ожидание в такое, что

Мы получили следующие леммы (см. опубликованную работу [2]), которые в дальнейшем будут использованы в доказательстве основных результатов данного пункта:

Лемма 3.1 Пусть - мультипликатор в пространствах Харди. Точнее, для всех и , где

Лемма 3.2 Пусть . Тогда

Следующие теоремы полностью отвечают на вопросы данного пункта. Именно, теорема 5 в опубликованной работе [2]:

Теорема 3.1 Пусть . Тогда

.

А также теорема 7 в опубликованной работе [2] (см. список опубликованных работ):

Теорема 3.2 Пусть . Тогда

**4 Изучение вопросов вложения пространств** **и**  **в пространства Орлича**

Ожидаемый результат данного пункта, согласно календарному плану, достигнут. А именно, мы доказали, что любая функция из **** принадлежит некоторому классу Орлича, что обобщает аналогичный результат для функций из **** [17, Глава II, стр.60]. Доказательство следующей леммы можно найти в неопубликованной работе [18, Лемма 4.1].

Лемма 4.1 Пусть - последовательность действительных чисел такая, что ряд сходится. Тогда существует последовательность действительных чисел такая, что и ряд сходится.

Следующий результат представляет собой расширение результата в [17, Глава II, стр.60] на пространство с -конечной мерой (см. [18]), что полностью покрывает выполнение данного пункта.

Теорема 4.1 Для любой интегрируемой функции на существует -функция такая, что интегрируема на . Более того, при .

Так как работа еще не принята в печать, мы приводим полное доказательство данного результата.

Доказательство. Заметим, что если на множестве , то на . Следовательно, , поэтому интегрируема на . Положим

Рассмотрим семейство попарно непересекающихся множеств

Тогда , и интегрируема на Следовательно,

Согласно лемме 4.1 данного пункта существует возрастающая последовательность действительных чисел где для всех таких, что и

(2)

Положим

Без ограничения общности можно считать, что . Поскольку неубывающая и непрерывная справа функция, то всякий раз когда и . Тогда мы можем определить -функцию (см. [19, определение 1.1, с.3]) по формуле

Так как

В силу (2) имеем

Следовательно, интегрируема на . Условие при очевидно следует из правила Лопиталя.

**5 Изучение критериев слабой относительной компактности в пространстве Лоренца**

Ожидаемый результат данного пункта, согласно календарному плану, также достигнут. Мы получили критерий слабой компактности для подмножества пространтсва Лоренца, используя и обобщая известный критерий К.М. Чонга слабой компактности для пространства с конечной и конечной мерами.

Начнем с формулировки критерия К.М. Чонга. Пусть , где - пространство с конечной или конечной мерой. Тогда - относительно слабо компактное множество тогда и только тогда, когда содержится в орбите некоторой положительной интегрируемой функции (в смысле субмажоризации Харди-Литтлвуда-Поля) (критерий К.М.Чонга, см. [20, лемма 4.1]).

Обозначим через пространство с мерой, где (соответственно (0,1)), снабженное мерой Лебега . Пусть - пространство всех измеримых вещественнозначных функций на , снабженное мерой Лебега . Определим как подмножество , которое состоит из всех функций таких, что для некоторого . Заметим, что если , то

Для , обозначим через невозрастающую перестановку функции . То есть,

Мы говорим, что субмажорируется функцией в смысле Харди – Литтлвуда – Поля (обозначается ), если

Для положительной функции определим следующее множество

которое называется орбитой функции .

Для обобщения критерия Чонга нам понадобится обобщить понятие субмажоризации: Для любых , где - пространство Лоренца, определим «новую» (более общую) субмажоризацию для функций для пространтсв с конечной и конечной мерами, обозначим :

Здесь

Тогда имеет смысл ввести понятие орбиты функции следующим образом:

Пусть вогнутая возрастающая непрерывная в нуле функция такая, что .

Напомним, что норма в пространстве Лоренца задается следующим образом:

.

Таким образом, мы обощили понятие субмажоризации (в смысле Харди – Литтлвуда – Поля) функций для простратсва с конечной и конечной мерами.

Для начала докажем следующую лемму.

Лемма 5.1 Пусть некоторая вогнутая функция такая что при Пусть есть наименьшая вогнутая мажоранта функции . Тогда при .

Доказательство. Зафиксируем . Получим

Умножим второе неравенство на и прибавим к первому, тогда имеем

для всех .

Заметим, что в правой части мы получили линейную функцию, а следовательно она является вогнутой. Так как есть наименьшая вогнутая мажоранта функции , то

Следовательно, . В силу утвеждение леммы доказано.

Используя данную лемму мы получим критерий слабой компактности для подмножества пространтсва Лоренца. Следующая теорема дает исчерпывающий ответ на выполнение данного пункта.

Теорема 5.1 Пусть , и

при .

Тогда найдется функция , такая, что (в «новом» смысле). Другими словами, содержится в орбите некоторой функции из пространства Лоренца.

Доказательство. Положим

при . Сделаем замену , имеем

Очевидно, что неубывающая. Следовательно, – невозрастающая. Значит есть квазивогнутая функция как супремум вогнутых неубывающих функций. Пусть , есть наименьшая вогнутая мажоранта квазивогнутой функции . По Лемме 5.1 данного пункта, так как при , получаем, что при .

Известно, что представима в виде

Следоватедьно,

Очевидно что невозрастающая функция, а следовательно и

.

Значит , что и требовалось доказать.

Из этой теоремы следует следующее утверждение:

Следствие 5.1 Множество -относительно компактно тогда и только тогда, когда если оно содержится в некоторой орбите , где .

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

За отчетное время, согласно календарному плану на 2020 год, получена характеристика множества предельных точек всех измеримых функций в конечномерном пространстве ; получена характеристика множества предельных точек всех измеримых операторов, определенных в конечномерных алгебрах фон Неймана, в некоммутативном случае; получен критерий ограниченности условного ожидания в - и -значных пространствах Харди, связанных с полуконечными суб-диагональными алгебрами; доказана, что любая функция из принадлежит некоторому классу Орлича; получен критерий слабой компактности для подмножества пространства Лоренца, используя и обобщая критерий К.М. Чонга слабой компактности для пространства  с конечной и -конечной мерами.

Согласно календарному плану на 2020 год были предусмотрены 5 видов работ, которым соответствуют пять разделов данного отчета.

Во введении приводятся основные понятия и термины.

Пункт 2 является следствием пункта 1. Ожидаемые результаты данных пунктов достигнуты и опубликованы в топовом журнале [Advances in Mathematics](https://www.sciencedirect.com/science/journal/00018708), Web of Science (WoS): Квартиль (2019) = Q1; Scopus: процентиль 87-ой. Первый автор является руководителем проекта. Приведем краткое резюме пунктов 1 и 2:

Пусть - произвольная интегрируемая функция на пространстве с конечной мерой . Мы охарактеризовали предельные точки множества всех измеримых функций на , мажорируемых , что дает полный и исчерпывающий ответ на проблему, поставленную В. Люксембургом в 1967 г. Более того, мы получили некоммутативный вариант этого результата.

В пункте 3 мы получили критерий ограниченности условного ожидания в - и -значных пространствах Харди, связанных с полуконечными суб-диагональными алгебрами. Все результаты данного пункта опубликованы в журнале Annals of Functional Analysis, в котором оба автора являются исполнителями проекта, Web of Science (WoS): Квартиль (2019) = Q3; Scopus: процентиль 52ой.

Ожидаемые результаты пункта 4 также достигнуты, но пока еще не опубликованы. А именно, мы доказали, что любая функция из **** принадлежит некоторому классу Орлича. Более того, данный результат будет использован для достижения поставленных целей в 2021.

Наконец, в пункте 5 мы получили критерий слабой компактности для подмножества пространства Лоренца, используя и обобщая известный критерий К.М. Чонга слабой компактности для пространства . Для достижения этого результата мы также приводим необходимую лемму с доказательством. Заметим, что ожидаемый результат также достигнут.

Таким образом, все ожидаемые результаты согласно календарному плану на 2020 год выполнены.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Luxemburg W.A.J. Rearrangement-invariant Banach function spaces // Proc. Symp. Analysis, Queen’s univ. – 1967. – P. 83–144.
2. Hardy G., Littlewood J., Pólya G. Inequalities. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1952. – 314 p.
3. Chong K.M. Some extensions of a theorem of Hardy, Littlewood and Pólya and their applications // Canad. J. Math. – 1974. – Vol. 26, – P. 1321–1340.
4. Ryff J.V. On the representation of doubly stochastic operators // Pacific J. Math. – 1963. – Vol. 13. – P. 1379–1386.
5. Ryff J.V. Orbits of -functions under doubly stochastic transformations // Trans. Amer. Math. Soc. – 1965. – Vol. 117. – P. 92–100.
6. Ryff J.V. Majorized functions and measures // Nederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A. – 1968. – Vol. 30. – P. 431–437.
7. Ryff J.V. Extreme points of some convex subsets of // Proc. Amer. Math. Soc. – 1967. – Vol. 18. – P. 1026–1034.
8. Hiai F. Majorization and stochastic maps in von Neumann algebras // J. Math. Anal. Appl. – 1987. – Vol. 127. – P. 18–48.
9. Hiai F., Nakamura Y. Closed convex hulls of unitary orbits in von Neumann algebras // Trans. Amer. Math. Soc. – 1991. – Vol. 323, No. 1. – P. 1–38.
10. Kalton N., Sukochev F., Zanin D. Orbits in symmetric spaces, II // Studia Math. – 2010. – Vol. 257. – P. 257–274.
11. Petz D. Spectral scale of self-adjoint operators and trace inequalities // J. Math. Anal. Appl. – 1985. – Vol. 109. – P. 74–82.
12. Dodds P.G., Dodds T.K.-Y., Pagter B. Non-commutative Banach function spaces // Math. Z. – 1989. – Vol. 201. – P. 583–597.
13. Dodds P.G., Pagter B., Sukochev F. Theory of noncommutative integration. unpublished monograph, to appear.
14. Bekjan T.N., Xu Q. Riesz and Szegö type factorizations for noncommutative Hardy spaces // J. Operator Theory. – 2009 – Vol. 62, No. 1. – P. 215-231.
15. Bekjan T.N. Noncommutative Hardy space associated with semi-finite subdiagonal algebras // J. Math.Anal.Appl. – 2015. – Vol. 429. – P. 1347-1369.
16. Bekjan T.N., Tulenov K., Dauitbek D. The noncommutative and spaces // Positivity. – 2015. – Vol. 19, No. 4. – P. 877-891.
17. Krasnoselskii M.A., Rutickii Ya.B. Convex functions and Orlicz spaces. translated from russian by Leo F.Boron, Noorhoff Ltd., – Groningen, 1961. – 249 p.
18. Nessipbayev Y., Sukochev F., Tulenov K. Weak compactness criteria in space in terms of Orlicz function // https://arxiv.org/abs/2004.12578.
19. Alexopoulos J. De La Vallée Poussin’s theorem and weakly conpact sets in Orlicz spaces // Quaestiones Math. – 1994. – P. 231–248.
20. Chong K.M. Spectral orders, uniform integrability and Lebesgue’s dominated convergence theorem // Trans. Amer. Math. Soc. – 1974. – Vol. 191. – P. 395–404.

**ПРИЛОЖЕНИЕ A**

**Список опубликованных работ**

## Dauitbek D., Huang J., Sukochev F., Extreme points of the set of elements majorised by an integrable function: Resolution of a problem by Luxemburg and of its noncommutative counterpart // [Advances in Mathematics](https://www.sciencedirect.com/science/journal/00018708). – [Vol. 365](https://www.sciencedirect.com/science/journal/00018708/365/supp/C), No. 107050, Web of Science (WoS): Квартиль (2019) = Q1; 2.47; Scopus: процентиль 87-ой. [doi:10.1016/j.aim.2020.107050](https://doi.org/10.1016/j.aim.2020.107050)

1. Dauitbek D. and Tulenov K. Conditional expectation on non-commutative and spaces: semifinite case // Ann. Funct. Anal. – 2020. – Vol. 11, No. 3. – P. 617–625. Web of Science (WoS): Квартиль (2019) = Q3; Scopus: Процентиль (2019)= 52ой.

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**

**Календарный план**











