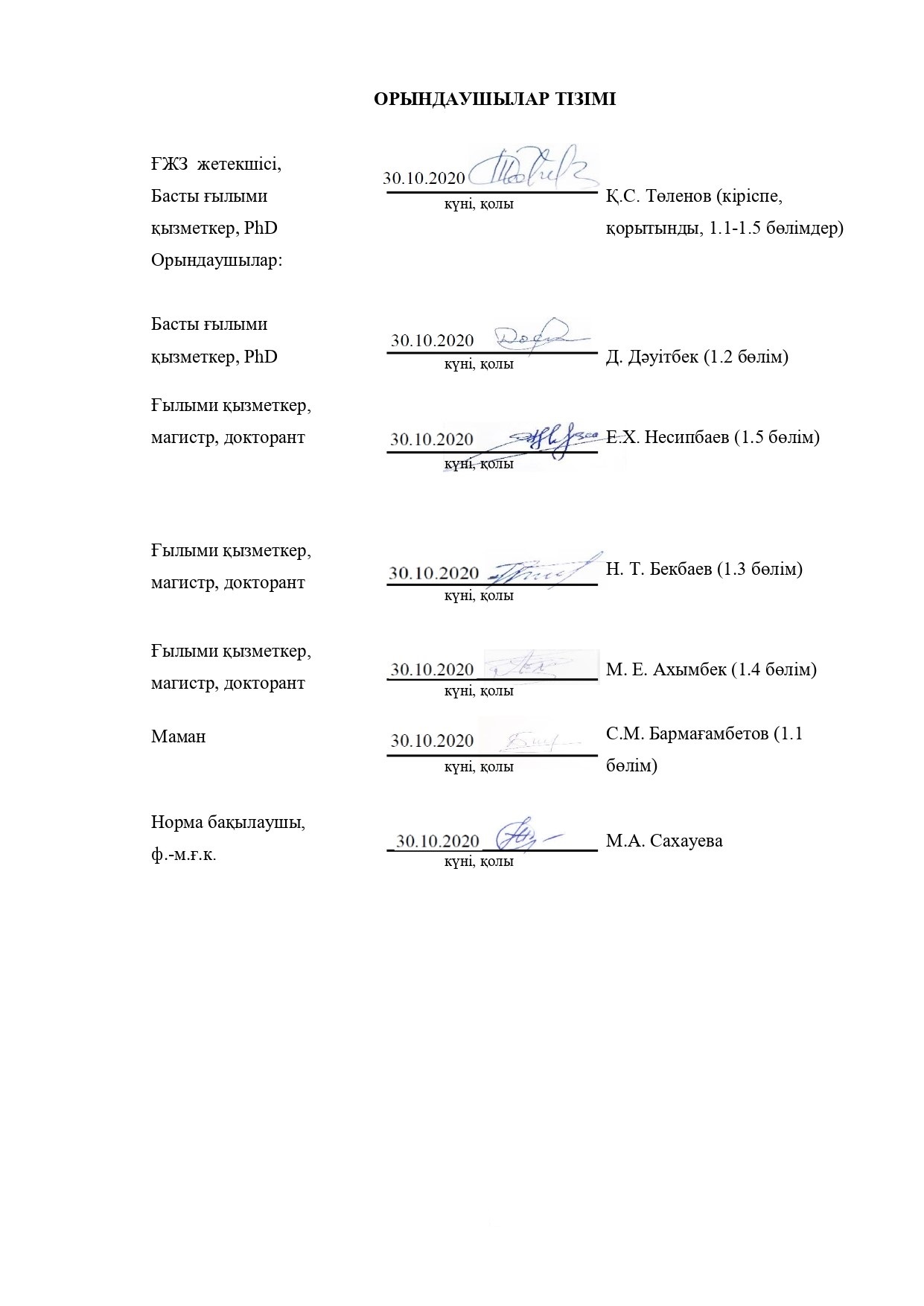
****

**РЕФЕРАТ**

Есеп 46 бет, 1 кітап, 26 пайдаланылған әдебиеттер, 2 қосымша.

ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ЖӘНЕ ОПЕРАТОРЛАРДЫҢ СИММЕТРИЯЛЫҚ КЕҢІСТІКТЕРІ, ФОН НЕЙМАН АЛГЕБРАСЫ, ГИЛЬБЕРТ ТҮРЛЕНДІРУІ, ҮШБҰРЫШТЫ ҚИЮШЫ ОПЕРАТОР, ЛИПШИЦ ҮЗІЛІССІЗДІГІ

Бұл жобаның негізгі мақсаты - Гильберт түрлендіруі үшін орын алмаструы бойынша тиімді инвариантты мәндер облыстарын анықтау және оның коммутативті емес кеңейтілуін зерттеу, сонымен бірге, коммутативті емес интегралдар теориясындағы, қос операторлық интегралдар теориясындағы, Липшиц үзіліссіздігі және коммутаторлық бағалаулары теорияларындағы қолданыстарын көрсету.

Есеп беру уақытында, 2020 жылдың күнтізбелік жоспарына сәйкес кіріспеде зерттеулердің негізгі сипаттамасы мен маңыздылығы қысқаша баяндалды.

Бірінші бөлімде дискретті Гильберт түрлендіруінің тізбектердің симметриялық кеңістіктеріндегі шенелгендігі зерттелді.

Екінші бөлімде Гильберт түрлендіруінің тиімді мәндер облысы симметриялық Банах кеңістігі болатындай жағдай зерттелді.

Үшінші бөлімде үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді мәндер облыстары симметриялық Банах кеңістіктері болатын жағдайлар зерттелінді.

Төртінші бөлімде үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді анықталу және мәндер облыстарының коммутаторлық бағалаулардағы [қолданыс](https://sozdik.kz/ru/dictionary/translate/kk/ru/%D2%9B%D0%BE%D0%BB%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D1%83/)тары зерттелді.

Бесінші бөлімде идеалынан -қа Липшиц үзіліссіздігі бар болатындай симметриялық операторлық идеал ретінде идеалы анықталды.

Жобада қарастырылған есептер негізінен теориялық болып табылады. Жобаның нәтижелері заманауи талдау теориясын елеулі түрде дамытуға мүмкіндік береді. Сонымен қатар, күтілетін нәтижелер іргелі математиканың түрлі салаларымен, мысалы, Банах кеңістіктерінің геометриясы, оператор теориясы және операторлардың интерполяциялық теорияларымен тығыз байланысты.бар болатындай симметриялық операторлық идеал ретінде идеалы анықталды.

2020 жылдың күнтізбелік жоспарында жоспарланған барлық тапсырмалар толықтай орындалды.

**РЕФЕРАТ**

Отчет 46 стр., 1 кн., 26 источн., 2 прил.

СИММЕТРИЧНЫЕ ПРОСТРАНСТВА ФУНКЦИЙ И ОПЕРАТОРОВ, АЛГЕБРА ФОН НЕЙМАНА, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИЛЬБЕРТА, ОПЕРАТОР ТРЕУГОЛЬНОГО УСЕЧЕНИЯ, НЕПРЕРЫВНОСТЬ ЛИПШИЦА

Основной целью этого проекта является охарактеризовать инвариантные относительно перестановки оптимальные области значения для преобразования Гильберта и их некоммутативного расширения, и показать применения к теории некоммутативного интегрирования, двойному операторному интегралу, непрерывности Липшица и коммутаторным оценкам.

В введении указаны основные задачи и актуальность исследований за отчетный период, в соответствии с календарным планом на 2020 год.

В первом разделе исследуется ограниченность дискретных преобразований Гильберта в симметричных пространствах последовательностей. Во втором разделе рассматривается случай, когда наименьший образ преобразования Гильберта является симметричным банаховым пространством.

В третьем разделе изучаются случаи, когда наименьшие области значений операторов треугольного усечения являются симметричными банаховыми пространствами.

В четвертом разделе исследуются оптимальные области определения и области значений операторов треугольного усечения и их применения в коммутаторных оценках.

В пятом разделе, используя результаты четвертого раздела, показано, что идеал ) определяется как максимальный симметричный операторный идеал, который действуя из в сохраняет липшицеву непрерывность.

Задачи, рассматриваемые в проекте, в основном теоретические. Результаты проекта позволят существенно развить теорию современного анализа, которые лежат в основе всех новых теоретических работ по квантовым вычислениям. Более того, ожидаемые результаты будут связаны с разной частью фундаментальной математики, такие как геометрия банаховых пространств, теория операторов и интерполяционная теория операторов.

Все задания календарного плана на 2020 год полностью выполнены.

**МАЗМҰНЫ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | КІРІСПЕ…………………………………………………...………………………............ | | 6 |
|  | ҒЖЗ НЕГІЗГІ БӨЛІМІ....................................................................................................... | 9 | |
| 1 | Дискретті жағдайдағы Гильберт түрлендіруінің симметриялық тізбектер кеңістігіндегі шенелгендігін зерттеу................................................................................ | 9 | |
| 2 | Гильберт түрлендіруі үшін орын алмаструы бойынша инвариантты (симметриялық) тиімді мәндер облысы Банах кеңістігі болған жағдайын зерттеу................................................................................................................................... | | 19 |
| 3 | Үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді мәндер облыстарының симметриялық Банах кеңістіктері болатын жағдайларды зерттеу............................................................ | | 29 |
| 4 | Үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді анықталу және мәндер облыстарының кейбір [қолданыс](https://sozdik.kz/ru/dictionary/translate/kk/ru/%D2%9B%D0%BE%D0%BB%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D1%83/)тарын зерттеу................................................................ | | 32 |
| 5 | -ден -қа Липшиц үзіліссіздігі бар, яғни бағалауы үшін ең үлкен симметриялық операторлық идеалын анықтау................. | | 35 |
|  | ҚОРЫТЫНДЫ..................................................................................................................... | | 38 |
|  | ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ................................................................... | | 39 |
|  | ҚОСЫМША A – Жарияланған жұмыстар тізімі………………………………….......... | | 41 |
|  | ҚОСЫМША Б – Күнтізбелік жоспар................................................................................. | | 42 |

**КІРІСПЕ**

Гильберт түрлендіруі ғылымның әр түрлі ғылыми-зерттеу салалары бойынша көптеген авторлар арқылы зерттеліп келеді. Интерполяция теориясы мен симметриялық кеңістіктегі Гильберт түрлендіруінің маңызды қолданылуларының бірі осы жобаның негізгі мақсатына байланысты және ол 1967 жылғы Бойдтың [1] жаңашылдық жұмысынан бастап көп көңіл бөліне бастады. және симметриялық кеңістіктер болсын. -тен -ке бейнелейтін барлық сызықтық шенелген операторлардың кеңістігін арқылы белгілейік. Бойд [1] өз жұмысында алмаструы бойынша инвариантты Банах функциялық кеңістіктерінде Гильберт түрлендіруінің

(мұндағы -де локалды интегралданатын функция) шенелгендігін сипаттайды. Бойдтың жұмысындағы негізгі мақсат Гильберт түрлендіруін берілген функциялық кеңістіктен сол кеңістіктің бейнелейтін сызықтық шенелген болатындай шарттарды зерттеу болатын. Мұндай кеңістіктер орын алмаструы бойынша инвариантты қасиетіне ие болады. Кеңістіктердің бұл кластарына Лебег, Орлич және Лоренц кеңістіктерінің жататынын білеміз [2-3]. Бойд жұмысының негізгі нәтижесінің бірі егер және алмаструы бойынша инвариантты Банах функциялық кеңістіктері (симметриялық Банах кеңістігі) болса, онда сонда тек сонда ғана мұндағы Кальдерон операторы [3-4] және ол

формуласы арқылы анықталады. Сол мақалада көрсетілгендей, егер - орын алмаструы бойынша инвариантты Банах функциялық кеңістігі болса, онда сонда тек сонда ғана Бойд индексі тривиал болмайды, яғни,

Осыған ұқсас нәтижелер [5-6] жұмыстарында Андерсен мен Комари арқалы алмастыруы бойынша инвариантты Банах тізбектер кеңістігі үшін дәлелденді. Бұл жобадағы басты бағытымыз Гильберт түрлендіруінің берілген симметриялық кеңістігінен симметриялық Банах болатындай ең кіші мәндер облысы кеңістіктігіне шенелгендігін зерттеу.

және кеңістіктерінің кем дегенде біреуі тривиалды Бойд индекстері бар функциялардың (немесе тізбектердің) симметриялық кеңістіктері болсын. Онда болатындай ең кіші симметриялық кеңісітігі қандай болады?

Бұл сұрақ интерполяция теориясында мағызды рөл атқаратын және Бойдтың өзінің жұмыстарынан кейінгі соңғы 50 жыл бойы әлі шешілмеген өте тривиальды емес мәселе екендігін атап өтеміз. Нақтырақ айтқанда, бұл сұрақ Бойдтың функиялық және операторлық кеңістіктердің интерполяция теориясындағы [2-4] басты құрал болып табылатын Бойд индекстерін нақты көрсетуіне түрткі болды. Жоғарыда аталған мәселе коммутативті жағдайда айтылғанымен, коммутативті емес жағдайда да маңызды болып табылады.

Липшиц үзіліссіздігі және коммутаторлық бағалаулары теориялары үшін қарастырылып отырған мәселенің коммутативті емес кеңейтілуінің қолданысын талқылайық. Ауытқу теориясының ең маңызды мәселелерінің бірі “айнымалының” шағын ауытқулары кезінде операторлық функциясының қасиеттерін зерттеу. Дербес жағдайда, бұл мәселе Гильберт кеңістігіндегі кез-келген (шенелген) және өз-өзіне түйіндес операторлары үшін орындалатын

теңсіздігіндігін қанағаттандыратындай нақты сандар жиынында анықталған үзіліссіз функциялардың класын сипаттаудан табиғи туындайды. Мұндай функциялары Липшиц операторлық функциялары деп аталады. Абсолют мәнді бейнелеудің қалыпты үзіліссіздігін кез-келген фон Нейман алгебрасымен байланысқан -кеңістіктері үшін Косаки [7-8] алды және сепарабелді симметриялық Банах функциялық кеңістіктерімен байланысқан симметриялы операторлық кеңістіктерде құрылуын Чилин мен Сукочев [9] жүзеге асырды. Като [10] кеңістігінде операторлық норма үшін және [11] жұмысында қандайда бір мағынада, абсолютті мәнді бейнелеуі "дерлік" Липшиц үзліссіздігі болып табылатын симметриялы операторлық кеңістіктерінің кеңірек классы үшін көрсетті. Кейінірек, Дэвис [12] көрсеткендей, егер болса, онда Шаттен класындағы барлық үшін орындалатын абсолютті мәнді функция үшін Липшиц бағалауын қанағаттандыратындай тұрақтысы бар болады және ол орынды болады сонда тек сонда ғана, егер . Липшиц бағалауларына түріндегі коммутаторлық бағалаулары эквивалентті болып табылатындығы көрсетілген, мұндағы коммутаторы білдіреді.

2020 жылдың күнтізбелік жоспарына сәйкес бірінші бөлімде дискретті Гильберт түрлендіруінің тізбектердің симметриялық кеңістіктеріндегі шенелгендігі зерттелінді.

Екінші бөлімде Гильберт түрлендіруінің тиімді мәндер облысы симметриялық Банах кеңістігі болатындай жағдай зерттелінді.

Үшінші бөлімде үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді мәндер облыстары симметриялық Банах кеңістіктері болатын жағдайлар зерттелінді.

Төртінші бөлімде үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді анықталу және мәндер облыстарының коммутаторлық бағалаулардағы [қолданыс](https://sozdik.kz/ru/dictionary/translate/kk/ru/%D2%9B%D0%BE%D0%BB%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D1%83/)тары зерттелді. Нақтырақ айтқанда, кез келген өз-өзіне түйіндес операторлары және

Липшиц функциясы үшін коммутаторлық бағалау алынды.

Бесінші бөлімде төртінші бөлімнің нәтижелерін қолдана отырып идеалынан -қа Липшиц үзіліссіздігі бар, яғни бағалауы орындалатындай симметриялық операторлық идеал ретінде идеалы анықталды.

Ескерту: 2020 жылдың күнтізбелік жоспарындағы 1.4 және 1.5 бөлімдеріне сәйкес есептер сәкесінше орындары ауыстырылып 5-ші және 4-ші бөлімдерде баяндалды.

**ҒЖЗ НЕГІЗГІ БӨЛІМІ**

**1 Дискретті жағдайдағы Гильберт түрлендіруінің симметриялы тізбектер кеңістігіндегі шенелгендігін зерттеу**

Бұл бөлімде дискретті Гильберт түрлендіруінің симметриялық тізбектер кеңістігіндегі шенелгендігі зерттелінеді. Алдымен керекті анықтамалар мәліметтерді беріп өтейік. Айталық (сәйкесінше ), мұндағы (сәйкесінше және санау өлшемімен берілген өлшемді кеңістік болсын. жиынында анықталған барлық шенелген тізбектер кеңістігін арқылы белгілейміз.

Кез келген үшін арқылы кему ретімен орналастырылған тізбегін белгілейміз. Қысқаша кеңістігін арқылы белгіліейік.

Анықтама 1.1 *жұбы жиынында анықталған тізбектердің (квази-) банах кеңістігі деп аталады, егер*

*(i) жиыны кеңістігінің жиыншасы болса;*

*(ii) жиыны (квази-)банах кеңістігі болса;*

*(iii) Егер және болып шарты орындалғаннан болып теңсіздігі орындалса.*

Симметриялық тізбектер кеңістігінің жалпы теориясын [2] жұмысынан қарауға болады. кеңістігінде анықталған дискретті операторын келесі түрде анықтайық

Жоғарыдағы операторының кеңістігіндегі үзіліссіздігін оңай көруге болады [4, II.3-Тарау, 96 б.]. Егер болса, онда Лоренц кеңістігі

түрінде анықталады. Сонымен қатар, кеңістігі

түрінде анықталады. Бұл кеңістік

түрде анықталған квази-нормасымен квази-нормаланған, тіпті

жұбы квази-банах кеңістігі болатындығын көру қиын емес [13, Мысал 1.2.6, 24 б.]). Әрбір үшін дискретті Кальдерон операторы

(1.1)

түрінде анықталады. операторы сызықты оператор. Егер онда

Сондықтан, егер теріс емес болса, онда жоғарыдағы бірінші теңсіздіктен тізбегі бойынша өспейтін функция болатындығын көруге болады. өзі өспейтін болғандықтан теңдігі орындалады. Айталық Онда, әрбір үшін өзегі бойынша кемімелі болғандықтан [3, Теорема II.2.2, 44 б.] пайдаланып

(1.2)

теңсіздігін аламыз. Егер онда дискретті Гильберт түрлендіруі

(1.3)

түрінде анықталады.

Ескерту 1.1 *Айталық , ал жиынында анықталған теріс емес кемімелі тізбек болсын. Онда келесі теңсіздік орынды*

*яғни*

*Расында, егер бар болса, онда бұдан бар болатындығы шығады, ал бұл -тің облысына жататындығын, яғни екендігін білдіреді ((1.1) қараңыз). Басқа жағынан қарағанда, егер болса, онда [3, Теорема III.4.8, 138 б.] бойынша -тің бар екендігін көрсететін*

*теңсіздігі орындалатынын көреміз.*

Келесі лемманың үзіліссіз жағдайдағы нұсқасы [13] жұмысында дәлелденген, бұл жерде біз оның дискретті нұсқасын дәлелдейміз.

Лемма 1.1 *Айталық болсын, мұндағы Егер*

*қатары кез-келген үшін кеңістігінде барлық дерлік жерде жинақталса, онда қатары -те өлшем бойынша жинақталады да, біз*

*теңсіздігін аламыз.*

Дәлелдеуі*.* сандарын бекітіп,

(1.4)

теңсіздігі орындалатындай санын таңдайық. Онда кез-келген сандары үшін [4, Салдар II.2, 67 б.] жұмысындағы (2.23) пен жоғарыдағы (1.4) бойынша

(1.5)

болатындығын аламыз. Барлық үшін және белгілеулерін енгізейік. Онда соңғы теңсіздік бойынша кез-келген сандары үшін

болатындығын көреміз. Ал бұл өз кезегінде тізбегінің кеңістігіндегі өлшем бойынша Коши тізбегі болатындығын көрсетеді. кеңістігі өлшемнің топологиясы бойынша толық болғандықтан, қатары барлық сандары үшін өлшем бойынша жинақталады.Расында, кемімелі алмастыруы оң жақтан үзіліссіз болғандықтан, (1.5) теңсіздігін пайдаланып

теңсіздігі орындалатындығы шығады.

Анықтама 1.2 *Айталық, - -тегі тізбектердің симметриялық кеңістігі, және операторы (1.1) формуласымен анықталған оператор болсын.*

(1.6)

*шарты орындалатындай*

*кеңістігін анықтайық.*

Төменде бұл бөлімнің негізгі нәтижесі келтіріледі.

Теорема 1.1 *Айталық – кеңістігіндегі тізбектердің квази-банахтық симметриялық кеңістігі болсын. Егер болса, онда*

*(і) квази-банахтық кеңістік..*

*(іі) Сонымен қатар, кеңістігі операторының кеңістігінде тиімді симметриялық квази-банахтық мәндер жиыны болып табылады.*

Алдымен бізге келесі леммалар қажет.

Лемма 1.2 *Айталық, -дегі тізбектердің квазибанахтық симметриялық кеңістігі болсын. Егер болса, онда 1.2-анықтамада анықталған кеңістігі сызықтық кеңістік болып табылады.*

Дәлелдеуі*.* сандары үшін болсын, мұндағы және комплекс сандар өрісіндегі кез-келген скалярлар. Онда 1.2-анықтама бойынша -дің кез-келген үшін сәйкес теңсіздігі орындалатындай тізбектері табылады. Расында, кез-келген және үшін [3, Тұжырым II.1.7, 41 б.] бойынша

(1.7)

болатындығын көреміз. кеңістігі сызықтық кеңістік және болғандықтан, болады. Сонымен, сызықтық кеңістік.

Лемма 1.3 *Айталық, -дегі квазибанахтық симметриялық кеңістік болсын. Егер болса, онда 1.2-анықтамада анықталған кеңістігі де квази-нормаланған кеңістік болады.*

Дәлелдеуі*.* Алдымен

өрнегі кеңістігінде квази-норманы анықтайтындығын дәлелдейік. Егер болса, онда (1.6) формуласы бойынша болады және кез-келген скаляры үшін біз болатындығын аламыз. Біз тривиальді емес жағдайды дәлелдейтін боламыз. Егер болса, онда кеңістігінде кезде болатын, бағалауы орындалатындай тізбегі табылады. Ұйғарым бойынша, шарты орындалады. операторы оң анықталған оператор болғандықтан, [14, Тұжырым 1.3.5, 27 б.] бойынша операторы шенелген болатындығы шығады. Расында, кезде

.

шартынан әрбір саны үшін

болатындығы екенін көрсетеді. Енді (1.6) формуласымен анықталған қатынасы квази-үшбұрыш теңсіздігін қанағаттандыратынын көрсетейік. сандары үшін болсын және санын бекітейік. Онда теңсіздігі орындалатындай тізбегі табылады және теңсіздігі орындалады. Демек, (1.6) формуласынан және өрнегі квазинорма болғандықтан, (1.7) формуласынан және [15, Ескерту 18] ескертуінен

теңсіздігі шығады және тізбектерін таңдай алатындықтан

теңсіздігі орындалады. тұрақтысы еркін тұрақты болғандықтан кезде нормасы квазинорма болады. Сондықтан сызықтық квази-нормаланған кеңістік.

Енді біз 1.1-теореманы дәлелдеуге дайынбыз.

1.1-теореманың дәлелдеуі.Лемма 1.2 және 1.3 бойынша сызықтық квазинормаланған кеңістік.

Алдымен, квазибанахтық кеңістік екенін дәлелдейік. кеңістігінің квази-банахтық екенін дәлелдеу үшін оның толық екеніне көз жеткізу ғана қалды. операторы кез-келген квази-банахтық симметриялық кеңістікте шенелген болғандықтан ([16, Тұжырым 2 (c)] қараңыз) бұл жерден барлық және сандары үшін

(1.8)

теңсіздігі орындалатындай -ге тәуелді тұрақтысы табылатындығы шығады ( [15, Ескерту 18] қараңыз). Басқа жағынан қарағанда, квазибанахтық симметриялық кеңістік болғандықтан Аоки-Ролевич теоремасынан кез-келген квази-нормаланған кеңістік ( метрикаланады. [17, Tеорема 1.3] және барлық үшін

теңсіздігі орындалатындай саны табылады. Біз -дегі кез-келген Коши тізбегі кеңістігінің элементіне жинақталатынын көрсетуіміз керек. тізбегін бекітейік. Жалпылықты жоғалтпай болғанда

болатыны белгілі және болатындай

теңсіздігін аламыз. қатарының барлық дерлік жерде жинақталатынын көрсетейік. операторы мен операторының өзара коммутативтілігін пайдаланып

аламыз. Олай болса,

Демек, қатары барлық дерлік жерде жинақталады. Болжам бойынша, операторы -де үзіліссіз болғандығынан қатары -де жататындығы шығады. Онда Лемма 1.1 бойынша қатары жинақталады және -ге тиісті болады, нәтижесінде біз

болатындығын аламыз. Ал бұл тұжырым екенін көрсетеді. Сонымен -толық. Басқа жағынан қарағанда, болғандықтан, тізбектердің симметриялық кеңістігі болатындығы шығады. Сонымен, кеңістігі квази-банахтық симметриялық тізбектер кеңістігі болып табылады.

Ары қарай теореманың екінші бөлігін дәлелдейміз. Енді кеңістігі операторы шенелген болатындай тізбектердің басқа бір симметриялық квази-банахтық кеңістігі болсын деп тұжырымдайық және болатындығын көрсетейік. Егер болса, онда [3, Тұжырым III. 4.10, 140 б.] бойынша теңсіздігін қанағаттандыратын -пен теңөлшемді функциясы табылады. Онда

болатындығынан

операторы шенелген болатындығын байқауға болады. Басқа жағынан қарағанда, болатындай кез-келген және тізбектері үшін

теңсіздігін аламыз. Бұл жерден, -тер бойынша төменгі шекарасын алсақ,

яғни, болатындығын аламыз. Сонымен, симметриялық квазибанахтық тізбектер кеңістіктерінің ең кішісі болып табылады. Ал бұл тұжырым дәлелдеуді аяқтайды.

Салдар 1.1*Айталық, 1.1-теореманың шарттары орындалсын. Онда біз анықтаған кеңістігі on -те анықталған Гильберт түрлендіруі үшін тиімді мәндер жиыны болып табылады.*

Дәлелдеуі*.* 1.1-теореманың (i) жағдайы бойынша, тізбектердің симметриялық квазибанахтық кеңістігі болып табылады. операторының шенелгендігін көрсетейік. 1.1-теореманың (ii) жағдайы бойынша операторының шенелген болатындығы [3, Теорема III. 4.8, 138 б.] теоремасының дискретті жағдайындағы операторының шенелген болатындығынан шығады. Енді кеңістігі операторы шенелген болатындай басқа бір симметриялық квазибанахтық кеңістік деп алып, болатындығын көрсетейік. Егер болса, онда [3, Тұжырым III. 4.10, 140 б.] (тағы да дискретті жағдайды қолданамыз) бойынша болатындай -пен теңөлшемді функциясы табылады. Онда

теңсіздігі орындалады, ал бұл өз кезегінде

операторының шенелгендігін көрсетеді. Бірақ кеңістігі операторы шенелген болатындай ең кіші кеңістік болғандықтан ( Теорема 1.1 (ii) қараңыз), бұдан болатындығы шығады. Дәлелдеу аяқталды.

Салдар 1.2 *Айталық, онда*

Расында, егер болса, онда (1.1) бойынша жеткілікті үлкен сандары үшін

және

шарттары орындалады, мұндағы символы және теңсіздіктері орындалатындай оң сандары табылатындығын көрсетеді. Демек, егер болса, онда дискретті Кальдерон операторы үшін тиімді мәндер жиыны

кеңістігі болады., мұндағы тұрақтысы тек тізбегіне ғана тәуелді.

Ескерту 1.1*1.1-теорема мен 1.2-салдар бойынша, егер болса, онда (1.3) формуласымен анықталған дискретті Гильберт түрлендіруінің тиімді мәндер жиыны 1.2-салдардағыдай анықталады.*

**2 Гильберт түрлендіруі үшін орын алмаструы бойынша инвариантты (симметриялық) тиімді мәндер облысы Банах кеңістігі болған жағдайын зерттеу**

Айталық - Лебег өлшемімен берілген өлшемді кеңістік болсын, мұндағы (сәйкесінше ) арқылы жиынында анықталған барлық Лебег өлшемді функциялар жиынын белгілейік. Айталық -де анықталған мәндері жиынында жататын -өлшемді функциялардың конусы болсын және жиынындағы -өлшемді жиыншасының сипаттамалық функциясын арқылы белгілейік.

Анықтама 2.1*[3, Анықтама I. 1.1, 2 б.] бейнелеуі Банах функциялық нормасы деп аталады, егер жиынындағы барлық және жиынының -өлшемді жиыншалары үшін келесі шарттар орындалса*

*(і) норма болса;*

*(іі) барлық жерде дерлік (б.ж.д.) ;*

*(ііі) б.ж.д. ;*

*(iv) ;*

*(v) және -ға тәуелді -тен тәуелсіз тұрақтысы табылып теңсіздігі орындалса.*

Айталық функциялық норма болсын. Онда, жиынындағы шартын қанағаттандыратын барлық функцияларының жиыншасы Банах функциялар кеңістігі деп аталады. Ол кеңістіктегі әрбір үшін норма

түрінде анықталады. Біз арқылы жиынының кейбір шартын қанағаттандыратын барлық функцияларының жиыншасын белгілейік. Екі және функциялары тең өлшемді деп аталады, егер

Әрбір үшін арқылы функциясының кемімелі алмастыруын белгілейміз. Ол

түрінде анықталады. Біз функциясы функциясы арқылы Харди-Литтлвуд-Поля мағынасында субмажорланады ( деп жазылады), егер

Анықтама 2.2*[3, Анықтама 4.1, 59 б.] Банах функциялар кеңістігі алмаструы бойынша инвариантты Банах кеңісті (қысқаша АБИБ кеңістігі) деп аталады, егер болып және функциясы -пен тең өлшемді болғандығынан -те кеңістігінде жатып болса.*

және Лоренц кеңістіктері АБИБ кеңістігінің негізгі мысалдары болады. АБИБ кеңістігінің жалпы теориясымен [3] жұмысынан танысуға болады. Келесідей

операторын анықтайық. Бұл оператордың кеңістігіндегі үзіліссіздігін оңай көруге болады ([4, Тарау II.3, б.]).

Келесі Кёте мағынасындағы АБИБ кеңістігінің түйіндес кеңістігін анықтайық. Ол келесідей түрде анықталады

Анықталған кеңістігі де

(2.1)

нормасымен Банах кеңістігі болады. Егер АБИБ кеңістігі болса, онда кеңістігі де АБИБ кеңістігі болады [3, 2.4-Бөлім].

және кеңістіктері алгебралық және топологиялық тұрғыдан кеңістігіне енгізіледі, сондықтан олар Банах жұбы болады [4, Тарау I]. кеңістігі жиынында анықталған барлық қосындыланатын және шенелген функцияларынан тұрады және ондағы норма

түрінде анықталады.

Сонымен бірге кеңісітігі бірі қосындыланатын, ал екіншісі шенелген екі функциялардың қосындысы түрінде жазылатын функцияларының жиыны ретінде анықталады. Онда норма келесідей түрде анықталады

Мұндай кеңістіктер туралы ақпаратты [3, Тарау I], [4, Тарау II] жұмыстарынан қарауға болады. Барлық АБИ кеңістіктері үшін үзіліссіз

енгізуі орынды [4, Теорема II. 4.1, 91 б.]).

Анықтама 2.3*[4, Анықтама II. 1.1, 49 б.] функциясы квази-ойыс деп аталады, егер*

*(i)*

*(ii) функциясы әрбір үшін оң және үзіліссіз болса;*

*(iii) функциясы әрбір үшін кемімелі болса*

Біз жиынында анықталған нөл нүктесінде ғана нөлге айналатын әрбір теріс емес ойыс функция квази-ойыс болатынын ескере кетейік. Ал, керісінше тұжырым орынды емес.

Сондықтан, бізге керек болған жағдайда квази-ойыс функциясын өзінің ең кіші

теңсіздігін қанағаттандыратын ойыс функциясымен [3, Тұжырым 5.10, 71 б.].

Барлық шартын қанағаттандыратын өспелі ойыс функцияларының жиынын арқылы белгілейік. Әрбір үшін Лоренц кеңістігі

түрінде

(2.2)

нормасымен анықталады. Бұл кеңістіктер де АБИБ кеңістігінің мысалдары болады [3, Тарау II.5] and [4, Тарау II.5].

Айталық АБИ кеңістігі болсын. Әрбір үшін операторын анықтайық

(2.3)

Онда, операторының сызықтылығы айқын және үшін

теңсіздігі орынды.

Егер теріс емес болса, онда бірінші теңсіздіктен функциясының -ға қатысты кемімелі екенін көруге болады. Сондықтан операторы функциясының кемімелі алмастыруына жиі әсер етеді. функциясы кемімелі болғандықтан теңдігі орындалатындығын көру қиын емес. Бұдан былай символы ретінде ешқандай параметрлерден тәуелсіз тұрақтысы табылып теңсіздігінің орындалуын түсінеміз. Ал, ретінде және теңсіздіктерінің бірдей уақытта орындалуын түсінеміз.

Келесі тұжырым операторының максималды анықталу облысын анықтайды.

Тұжырым 2.1 *Егер*

*(2.4)*

*болса, онда Лоренц кеңісітігі АБИБ кеңістіктерінің ішіндегі*

*шартын қанағаттандыратын ең үлкен анықталу облысы болады.*

Дәлелдеуі*.* Айталық болатындай АБИБ кеңістігі болсын. Егер

(2.5)

Онда әрбір үшін

теңсіздігі орындалады. Бұл өз кезегінде білдіреді. Сондықтан, (2.5) орындалатындығын көрсетсе жеткілікті. Шындығында, егер нда Фубини теоремасы мен (2.2) формуласынан келесі теңсіздікті аламыз

Екінші жағынан,

Демек, тұжырым дәлелденді.

Айталық болсын. Онда, әрбір үшін өзегі -ке қатысты кемімелі болғандықтан [3, Теорема II.2.2, 44 б.] пайдаланып

(2.6)

теңсіздігін аламыз.

Егер болса, онда классикалық Гильберт түрлендіруі келесі түрде бас мән мағынасында анықталады

(2.7)

Ескерту 2.1 *Айталық және -де анықталған теріс емес кемімелі функция болсын. Онда*

*Егер кез келген үшін бар болса, онда жоғарыдағы теңсіздіктен табылатындығы шығады. Ал, бұл қз кезегінде -тің операторының анықталу облысына кіретіндігін білдіреді, яғни . Екінші жағынан, егер болса, онда [3, Tеорема III.4.8, 138 б.] келесі теңсіздік орындалатынын көрсетеді*

*Ал бұл табылатындығын көрсетеді.*

Енді АБИБ кеңістіктерінен Гильберт түрлендіруі үшін мәндер облысы тиімді Банах кеңістігі болатын жағдайларды зерттейік.

Ескерту 2.2*Осы есеп бойы,* ***т****иімді мәндер облысы ретәнде біз бекітілген анықталу облысына сәйкес болатын ең кіші АБИБ кеңістігін түсінеміз.*

Алдымен келесі лемма қажетті.

Лемма 2.1*Айталық* *және кеңістіктері шартын қанағаттандыратындай сепарабельді АБИБ кеңістіктері болсын. Онда, (2.3) формуласымен анықталған операторы келесі мағынада өз-өзіне түйіндес, яғни кез келген теріс емес функциялары үшін*

*(2.8)*

*теңдігі орынды Егер онда және*

(2.9)

Дәлелдеуі. (2.8) теңдігі тікелей [4, Тарау II.7, p. 138 б.] жұмысындағы формуласынан шығады. Енді (2.9) формуласын дәлелдейік. Оператор болғандықтан және оң оператор болғандықтан, [14, Тұжырым 1.3.5, 27 б.]-дан операторы -ден -қа шенелген. Онда Кёте мағынасындағы түйіндестіктің анықтамасын пайдаланып ((2.1) қараңыз)

теңсіздігін аламыз. Бұдан өрнегінің ақырлы екенін ескеріп, дәлелдеуді тәмамдаймыз.

Анықтама 2.4 *Айталық кеңістігі -де анықталған және шартын қанағаттандыратын АБИБ кеңістігі болсын, мұндағы функциясы (11.6) формуласында анықталаған. Онда келесі жиынды анықтайық*

*мұндағы*

Онда [18, Теорема 3.2]-де жұбы АБИБ кеңістігі болатыны көрсетілген. Одан да зоры, бұл кеңістік операторы үшін тиімді мәндер облысы болатындығы да көрсетілген. Біздің келесі нәтижеміз Гильберт түрлендіруі үшін мәндер облысы тиімді АБИБ кеңістігін сипаттайды.

Tеорема 2.1 *Айталық кеңістігі -де анықталған және шартын қанағаттандыратын АБИБ кеңістігі болсын, мұндағы функциясы (11.6) формуласында анықталаған. Онда, 2.4-анықтамада анықталған кеңістігі де АБИБ кеңістігі болады, әрі кеңістігінде анықталған Гильберт түрлендіруі үшін тиімді мәндер облысы болады.*

Дәлелдеуі*.* Айталық болсын. Онда [18, Tеорема 3.2]-тің дәлелдеуін қайталау арқылы кеңістігінің АБИБ болатындығына көз жеткізуге болады. Енді, Гильберт түрлендіруі -ден -ке шенелген оператор болатындығын көрсетейік. Айталық болсын, онда [3, Tеорема III.4.8, 138 б.] пен 2.1-леммадағы (2.8) формуласын пайдаланып,

Бұдан шенелгендігін көреміз. Айталық кеңістігі шенелген болатындай басқа АБИБ кеңістігі болсын. Енді болатындығын көрсетейік. Егер болса, онда [3, Тұжырым III. 4.10, 140 б.] бойынша функциясымен тең өлшемді функциясы табылып теңсіздігі орындалады. Онда

орындалып

шенелгендігі шығады. Сондықтан, Лемма 2.1 пайдаланып операторының шенелгендігін аламыз. Сондықтан шартын қанағаттандыратын барлық үшін

теңсіздігі орындалады. Онда әрбір үшін

теңсіздігін аламыз. Бұдан енгізуін аламыз. Сондықтан кеңістігі -де анықталған Гильберт түрлендіруі үшін тиімді АБИБ кеңістігі болады. Сонымен теорема дәлелденді.

Тұжырым 2.2 *Айталық -де (сәйкесінше -де) анықталған кеңістігі үшін 47-теореманың* *шарттары орындалсын. Онда, келесі шарттар теңкүшті:*

*(і) кеңісітігінде анықталған Гильберт түрлендіруі үшін АБИБ*

*кеңісітігі болатындай тиімді мәндер облысы табылады;*

*(іі) шенелген оператор;*

*(iii) .*

*Оның үстіне, егер осы шарттардың кемінде біреуі орындалса, онда Гильберт түрлендіруінің тиімді мәндер облысы келесі түрде анықталады*

Дәлелдеуі*.* Айталық кеңісітігі Гильберт түрлендіруі үшін тиімді АБИБ кеңістігі болсын. Онда, шенелген оператор. енгізуі үзіліссіз болғандықтан шенелгендігін көреміз. Екінші жағынан [3, Тұжырым III. 4.10, 140 б.] бойынша әрбір үшін оған тең өлшемді функциясы табылып теңсіздігі орындалады. Онда

теңсіздігі орындалып

шенелгендігін аламыз.

шенелген және өз-өзіне түйіндес болғандықтан 2.1-лемма бойынша шенелген. Әрі кез келген үшін болғандықтан аламыз.

Айталық болсын. (2.6) формуласынан шығатындығын пайдаланып, [3, Tеорема I.2.4, 9 б.]-ғы Гельдер теңсіздігіннен

теңсіздігін аламыз. шартынан шенелгендігін аламыз.

. Гильберт түрлендіруі 2.1-теореманың шарттарын қанағаттандырғандықтан, кеңісітігінде анықталған Гильберт түрлендіруі үшін АБИБ кеңісітігі болатындай тиімді мәндер облысы болатындығын көруге болады.

Ескерту 2.3 *функциясы мен кеңістіктерінде жатпайтындықтан 2.2-тұжырымнан тікелей Гильберт түрлендіру үшін және болатындай және тиімді АБИБ кеңістіктері табылмайтындығын көреміз.*

**3 Үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді мәндер обылыстарының симметриялық Банах кеңістіктері болатын жағдайларды зерттеу**

Айталық сепарабельді Гильберт кеңістігі болсын.

АБИБ идеалының қалай анықталатындығын баяндайық. Оны кейде коммутативті емес АБИБ идеалы деп те атаймыз. Айталық жиынында анықталған тізбектердің АБИБ кеңістігі болсын. Тізбектердің АБИБ кеңістігі 2-бөлімде анықталған функциялардың АБИБ кеңістігімен бірдей, тек өлшемді функция ретінде санайтын өлшемге қатысты тізбектерді алса жеткілікті. Онда АБИБ идеалын

түрінде анықтаймыз, мұндағы -та анықталған барлық компакты операторлардың идеалы, ал - операторының сингулярлы немесе s-саны.

Анықталған жиыны

табиғи нормасымен [13, Сұрақ 2.5.5, 58 б.], [19] жұмыстарында көрсетілгендей жұбы операторлардың АБИБ идеалы болады.

Айталық болсын және арқылы жиынында анықталған бекітілген өлшемді функцияны белгілейік. Онда кеңістігінде анықталған және өзегімен берілген интегралдық операторын келесі түрде анықтайық

Онда кез келген үшін үшбұрышты қиюшы операторын

(3.1)

түрінде анықтаймыз. Лоренц идеалы ([13, Мысал 1.2.7, 25 б.] қараңыз)

түрінде анықталады.

Ескерту 3.1 *[20] жұмысындағы Теорема 11 және Tеорема 14 (ii)-те операторы үшін*

*бағалауы орынды екені көрсетілген*.

Жоғарыдағы операторы 1-бөлімде (1.1) формуласында анықталған.

Дискретті операторы Лоренцтің тізбектер кеңістігінде анықталғандықтан операторы Лорец-Шаттеннің идеалында анықталған.

Айталық жиынында анықталған АБИБ кеңістігі болсын. Егер онда

операторы дұрыс анықталған.

Айталық АБИБ кеңістігі болсын және сәйкесінше коммутативті емес АБИБ идеалы болсын. Егер болса, онда 8-ескерту бойынша операторы АБИБ идеалында дұрыс анықталған. 2-бөлімдегі 2.4-анықтаманы пайдаланып кеңістігін дәл солай тізбектер үшін анықтаймыз. Онда 2.1-теореманың дәлелдеуін пайдалансақ оның да тізбектердің АБИБ кеңістігі болатындығын көру қиын емес. Нақтырақ айтқанда кеңістігі

шенелген болатындай ең кіші және АБИБ кеңістігі болатын мәндер облысы, яғни тиімді мәндер облысы. АБИБ кеңістігі болғандықтан [13, Салдар 3.6.7] бойынша сәйкес коммутативті емес АБИБ идеалы табылып,

(3.2)

түрінде

нормасымен анықталады. Келесі теорема (3.1) формуласымен анықталған үшбұрышты қиюшы операторы үшін тиімді АБИБ идеалын сипаттайды.

Теорема 3.1Айталық  *кеңістігі*  *орындалатындай тиімді АБИБ болтын мәндер облысы болсын. Онда* (3.2) формуласында анықталған *идеалы АБИБ идеалы болады және операторы*

шенелген болатын тиімді мәндер облысы болады.

Дәлелдеуі. идеалының АБИБ идеалы болатындығы(3.2) формуласында жоғарыда айтылған. Біз шенелгендігін көрсетейік. Егер болса, онда 8-ескерту бойынша операторы үшін

бағалауын аламыз. Бұл өз кезегінде шенелген оператор екендігін көрсетеді. Айталық шенелген болатындай басқа АБИБ идеалы болсын деп ұйғарайық та, болатындығын көрсетейік. Айталық болсын. Онда [20, Теорема 21] арқылы шартын қанағаттандыратын операторы табылып бағалауы орындалады. болғандықтан екендігін көреміз. Сондықтан, деген ұйғарымды аламыз, яғни идеалы -та анықталған үшбұрышты қиюшы операторы үшін тиімді АБИБ мәндер облысы болады.

**4 Үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді анықталу және мәндер облыстарының кейбір** [**қолданыс**](https://sozdik.kz/ru/dictionary/translate/kk/ru/%D2%9B%D0%BE%D0%BB%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D1%83/)**тарын зерттеу**

Бұл бөлімде біз үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді анықталу және мәндер облыстарының коммутаторлық бағалаулар алудағы қолданысын зерттейтін боламыз.

Гильберт кеңістігінде анықталған барлық сызықтық шенелген операторлар жиынын деп белгілейік. Егер яғни барлымызға белгілі тізбектердің -Лебег кеңістігі, болса, онда жоғарыда 3-бөлімде көрсетілгендей

идеалын қарастырайық. Бұл жиын Шаттен-Нейманның барлық компакты операторларынан құралған

нормасымен берілген идеалын береді.

Егер болса, онда кеңістігін нормасымен аламыз. Бұл кеңістіктер де коммутативті емес АБИБ идеалының мысалдары болады. Бұл кеңістіктер туралы ақпаратты [21],[22] және [13] жұмыстарынан алуға болады. Айталық сызықтық өз өзіне түйіндес оператор және -де анықталған шенелген Борель функциясы болсын. Онда, қос орераторлық интеграл келесі түрде анықталады

(4.1)

мұндағы және -де анықталған, мәндері -та ортопроектор болатын спектралдық өлшемдер. Нақтырақ анықтау үшін -де анықталған және Гильберт кеңістігіне әсер ететін және формулаларымен берілген проектор- мәнді өлшемдерді қарастырайық. Бұл спектралдық өлшемдер өзара коммутативті, сондықтан [23] жұмысындағы Теорема V.2.6 бойынша саналымды біртекті (әлді операторлық топология бойынша) -де анықталған және Гильберт кеңістігіне әсер ететін проектор-мәнді өлшемі табылып, келесі түрде анықталады

-де анықталған шенелген және өлшемімен байланысқан Борель функциясының интегралы Гильберт кеңістігінде шенелген оператор туындатады және оны деп белгілейміз ( [24, Ескерту 3.1] қараңыз). Біз көбіне жағдайын, яғни Липшиц функциясымен анықталатын

(4.2)

түріндегі жағдайды қарастырамыз. Бұл бөлімдегі негізгі нәтиже келесідей.

Теорема 4.1*Айталық және идеалдары дәл 3.1-теоремадағыдай болсын, яғни 3.1-теореманың шарттары орындалсын.*

*(i) Егер өз-өзіне түйіндес -қа тиісті шенелген оператор болса, онда (4.1) формуласымен анықталған және (4.2) формуласымен анықталған функциясымен байланысқан қос операторлық интеграл шенелген оператор болады және келесідей бағалау орынды*

*мұндағы, кеңістігіне ғана тәуелді тұрақты және б.ж.д. шенелген функциялардың кеңістігі.*

1. *Барлық өз-өзіне түйіндес шартын қанағаттандыратын операторлары және кез келген Липшиц функциясы үшін келесі коммутаторлық бағалау орынды*

*мұндағы, .*

Дәлелдуі*.* Бірінші, [25] жұмысындағы Теорема 1.2 қолданып келесі маңызды бағалауды аламыз

Онда қос операторлық интегралы [20, Теорема 14 (ii)] шартын қанағаттандырады. Басқаша айтқанда,

бағалауы орынды. Мұндағы операторы алдыңғы 1-бөлімдерде (1.1) формуласымен анықталған дискретті Кальдерон операторы. Теореманың шарты бойынша операторы -тан -қа шенелген. Сондықтан,

Басқаша айтқанда, шенелген оператор.

[26, Тұжырым 2.6]-нан шартын қанағаттандыратын операторлары үшін қос операторлық интегралы коммутаторына тең, яғни . Демек коммутаторлық бағалау теореманың -бөлігіндегі бағалаудан автоматты түрде шығады. Сонымен теорема толық дәлелденді.

**5 -ден -қа Липшиц үзіліссіздігі бар, яғни бағалауы үшін ең үлкен симметриялық операторлық идеалын анықтау**

Бұл бөлімде 4-бөлімдегі коммутаторлық бағалауды пайдаланып -ден -қа Липшиц үзіліссіздігі бар ең үлкен АБИБ идеалды анықтайтын боламыз. Алдымен дискретті Кальдерон операторын келесі түрде анықтайық

(5.1)

Айта кететін жәйт, бұл бөлімде біз ретінде оң бүтін сандар жиынын түсінеміз, яғни 1 санынан басталатын натурал сандар жиынын түсінеміз. Алдымен келесі тұжырымды дәлелдейік.

Лемма 5.1*Айталық операторы (5.1) формуласымен анықталған болсын. Онда, Лоренц тізбектер кеңістігі*

*шартын қанағаттандыратын ең үлкен АБИБ кеңістігі болады.*

Дәлелдеуі. Айталық болатындай АБИБ кеңістігі болсын. Егер

(5.2)

қатынасы орынды болса, онда кез келген үшін

бағалауы орынды екенін көру оңай. Ал бұл өз кезегінде екендігін көрсетеді. Сондықтан лемманы дәлелдеу үшін (5.2) қатынасын көрсету жеткілікті.

Айталық болсын. Онда, кез келген үшін болғандықтан

теңдігін аламыз.

Ары қарай белгілі , формуласын пайдаланып

қатынасына қол жеткіземіз. Сонымен лемма дәлелденді.

Келесі теорема осы бөлімнің негізгі нәтижесі болады.

Теорема 5.1*Барлық шартын қанағаттандыратын өз-өзіне түйіндес операторлары және кез келген Липшиц функциясы үшін*

*бағалауы орынды.*

Дәлелдеуі.5.1-лемманы пайдаланып келесі

бағалауын аламыз. Барлық шартын қанағаттандыратын операторларын үшін

теңдігі орынды ([26, Тұжырым 2.6] қараңыз) екендігін ескеріп, дәлелдеуді аяқтаймыз.

Ескерту 5.1*Егер анықтама бойынша**= және 5.1- леммадан Лоренц тізбектер кеңістігі*

*болатындай ең үлкен АБИБ кеңістігі болатынын ескерсек, онда 5.1-теоремадан -ретінде идеалын алуға болатынын, яғни десек, онда қажетті бағалауды алған боламыз.*

Сонымен 2020 жылдың күнтізбелік жоспарына сәйкес жоспарланған барлық зерттеулер орындалды.

**ҚОРЫТЫНДЫ**

Бұл есепте 2020 жылдың күнтізбелік жоспарына сәйкес алынған барлық нәтижелер баяндалды.

Кіріспеде зерттеулердің сипаттамасы мен маңыздылығы қысқаша баяндалды.

Бірінші бөлімде дискретті Гильберт түрлендіруінің тізбектердің симметриялық кеңістіктеріндегі шенелгендігі зерттелді. Атап айтқанда, дискретті Гильберт түрлендіруінің мәндер облысы ең кіші болатындай симметриялық кеңістіктің жалпы сипаттамасы көрсетілді.

Екінші бөлімде Гильберт түрлендіруінің тиімді мәндер облысы симметриялық Банах кеңістігі болатындай жағдай зерттелді. Алынған нәтижелерді пайдаланып, және кеңістіктерінде Гильберт түрлендіруінің симметриялық Банах кеңістігі болатындай тиімді мәндер облысы болмайтындығы көрсетілді.

Үшінші бөлімде үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді мәндер облыстары симметриялық Банах кеңістіктері болатын жағдайлар зерттелінді.

Төртінші бөлімде үшбұрышты қиюшы операторлардың тиімді анықталу және мәндер облыстарының коммутаторлық бағалаулардағы [қолданыс](https://sozdik.kz/ru/dictionary/translate/kk/ru/%D2%9B%D0%BE%D0%BB%D0%B4%D0%B0%D0%BD%D1%83/)тары зерттелді. Нақтырақ айтқанда, кез келген өз-өзіне түйіндес операторлары және

Липшиц функциясы үшін коммутаторлық бағалау алынды.

Бесінші бөлімде төртінші бөлімнің нәтижелерін қолдана отырып идеалынан -қа Липшиц үзіліссіздігі бар, яғни бағалауы орындалатындай симметриялық операторлық идеал ретінде идеалы анықталды.

2020 жылдың күнтізбелік жоспарында жоспарланған барлық тапсырмалар толықтай орындалды.

**ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР ТІЗІМІ**

1. Boyd D. The Hilbert transform on rearrangement-invariant spaces // Can. J. Math.,

1967. – Vol. 19. – P. 599-616.

1. Lindenstrauss, J., Tzafiri L. Classical Banach spaces II. – Springer-Verlag, 1979. – 243 p.
2. Bennett C. and Sharpley R. Interpolation of Operators. Pure and Applied Mathematics. –

Vol. 129: Academic Press, 1988. – 469 p.

1. Krein S., Petunin Y. and Semenov E. Interpolation of linear operators. – Amer. Math. Soc.:

Providence, R.I., 1982. – 387 p.

1. Andersen K.F. Discrete Hilbert Transforms and Rearrangement invariant Sequence Spaces

// Applicable analysis. – 1976. – Vol. 5. – P. 193-200.

1. Komori Y. Weak estimates for the generalized discrete Hilbert transforms // Far East J.

Math. Sci. – 2001. – Vol. 3, No. 2. – P. 331-338.

1. Kosaki H. On the continuity of the map from the predual of a -algebra // J.

Funct. Anal. – 1984. – Vol. 59. – P. 123-131.

1. Kosaki H. Unitarily invariant norms under which the map is continuous // Publ.

Rest. Inst. Math. Sci. – 1992. – Vol. 28. – P. 299-313.

1. Chilin V. I. and Sukochev F. A., Weak convergence in non-commutative symmetric spaces

// J. Operator Theory – 1994. – Vol. 31. – P. 35–65.

1. Kato T. Continuity of the map for linear operators // Proc. Japan Acad. – 1973. –

Vol. 49. – P. 157–160.

1. Dodds P. G. and Dodds T. K. On a submajorization inequality of T. Ando, in "Operator

Theory in Function Spaces and Banach Lattices" (C. B. Huysmans et al., Eds.) // Oper. Th. Adv. Appl. – Birkhauser/Springer-Verlag, Basel/Boston/Berlin – 1995. – Vol. 75. – P. 113-131.

1. Davies E. B. Lipschitz continuity of functions of operators in the Schatten classes // J.

London Math. Soc. – 1988. – Vol. 37. – P. 148-157.

1. Lord S., Sukochev F., Zanin D. Singular traces: theory and applications. – Berlin: Walterde

Gruyter, 2013. – Vol. 46. – 445 p.

1. Meyer P. Nieberg, Banach lattices. – Berlin-Heidelberg-New York: Springer, 1991. – 410

p.

1. Sukochev F. Completeness of quasi-normed symmetric operator spaces //Indagationes

Mathematicae. – 2014. – Vol. 25. – No. 2. – P. 376-388.

1. Hudzik H., Maligranda L. An interpolation theorem in symmetric function 𝐹-spaces

//Proceedings of the American Mathematical Society. – 1990. – Vol. 110. – No. 1. – P. 89-96.

1. Kalton N. J., Peck N. T., Roberts J. W. An F-space sampler. – New York: CUP

Archive,1984. – Vol. 89. – 238 p.

1. Soria J., Tradacete P. Optimal rearrangement invariant range for Hardy-type operators

//Proceedings. Section A, Mathematics-The Royal Society of Edinburgh. – 2016. – Vol. 146. – No. 4. – P. 865.

1. Kalton N. J., Sukochev F. A. Symmetric norms and spaces of operators //Journal für die

reine und angewandte Mathematik. – 2008. – Vol. 2008. – No. 621. – P. 81-121.

1. Sukochev F., Tulenov K., Zanin D. The optimal range of the Calderòn operator and its

applications //Journal of Functional Analysis. – 2019. – Vol. 277. – No. 10. – P. 3513-3559.

1. Gohberg I. C., Krein M.G. Introduction to the theory of linear non-selfadjoint operators. –

Amer. Math. Soc.: Providence, R.I., Transl. Math. Monogr., 1969. – Vol. 18. – 378 p.

1. Gohberg I. C., Krein M.G. Theory and applications of Volterra operators in Hilbert spaces.

26– Amer. Math. Soc.: Providence, R.I., Transl. Math. Monogr., 1970. – Vol. 24. – 430 p.

1. Birman M. S., Solomjak M. Z. Spectral theory of self-adjoint operators in Hilbert space. –

Dordrecht:Springer Netherlands, 1987. – Vol. 5. – 430 p.

1. De Pagter B., Witvliet H., Sukochev F. A. Double operator integrals //Journal of Functional

Analysis. – 2002. – Vol. 192. – No. 1. – P. 52-111.

1. Caspers M., Potapov D., Sukochev F., and Zanin D.Weak type commutator and Lipschitz

estimates: resolution of the Nazarov-Peller conjecture //American Journal of Mathematics. – 2019. – Vol. 141. – No. 3. – P. 593-610.

1. Potapov D., Sukochev F. Lipschitz and commutator estimates in symmetric operator spaces

//Journal of Operator Theory. – 2008. – Vol. 59. – No. 1. – P. 211-234.

**ҚОСЫМША A**

**Жарияланған жұмыстардың тізімі**

1 Nessipbayev Y.K., Tulenov K.S. Boundedness of the Hilbert transform from one Orlicz space to another // ҚР ҰҒА хабарлары. Физика-математикалық сериясы. – 2020. – № 330 (2). – Б. 31-39.

2 Bekbayev N.T., Tulenov K.S. The non-commutative Hardy-Littlewood maximal operator on non-commutative Lorentz spaces // ҚазҰУ хабаршысы. Математика, механика, информатика топтамасы. – 2020. – Т. 105, № 2. – Б. 31-38.

3 Bekbayev N.T. Boundedness of the Hilbert transform on Marcinkiewicz space // Студенттер мен жас ғалымдардың «Gylym jane bilim - 2020» атты XV Халықаралық ғылыми конференциясының материалдарының жинағы. – Нұр-Сұлтан: Л.Н.Гумилев атындағы ЕҰУ, 2020. – Б. 1215-1218.

4 Nessipbayev Y. K., Tulenov K.S. Hardy-Littlewood maximal operator on non-commutative symmetric space // Қазақстан Республикасы ғылым қызметкерлері Күніне орай дәстүрлі халықаралық сәуір математикалық конференциясы. – Алматы, 2020. – Б. 50.

**ҚОСЫМША Б**

**Күнтізбелік жоспар**

