

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**РЕФЕРАТ**

Отчет 26 с., 1 кн., 24 источн., 2 прил.

НАГРУЖЕННОЕ ОБЫКНОВЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ, ДВУХТОЧЕЧНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА, МЕТОД ПАРАМЕТРИЗАЦИИ, ЗАДАЧА С ПАРАМЕТРОМ, ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Объектом исследования являются линейные двухточечные краевые задачи для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Цель исследования - построение алгоритмов нахождения решения исследуемых задач и установление условий их разрешимости.

Применены метод параметризации, современные методы теории дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Получены следующие результаты:

Построены алгоритмы нахождения решений линейных двухточечных краевых задач для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений и установлены условия их однозначной разрешимости в терминах исходных данных.

Результаты исследований имеют теоретическое значение и могут быть использованы при математическом моделировании задач для нагруженных дифференциальных уравнений.

**РЕФЕРАТ**

Есеп 26 б., 1 кітап, 24 дереккөз, 2 қосымша

ЖҮКТЕЛГЕН ЖӘЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУ, ЕКІ НҮКТЕЛІ ШЕТТІК ЕСЕП, ПАРАМЕТРЛЕУ ӘДІСІ, ПАРАМЕТРІ БАР ЕСЕП, САНДЫҚ ӘДІС

Зерттеу нысаны елеулі түрде жүктелген жәй дифференциалдық теңдеулер үшін сызықты екі нүктелі шеттік есептер болып табылады.

Зерттеу мақсаты - зерттелінді есептердің шешімдерін табудың алгоритмдерін құру және шешілімдігінің шарттарын анықтау болып табылады.

Параметрлеу әдісі, дифференциалдық теңдеулер мен функционалдық анализдің қазіргі әдістері қолданылған.

Келесі нәтижелер алынды:

Елеулі түрде жүктелген жәй дифференциалдық теңдеулер үшін сызықты екі нүктелі шеттік есептердің шешімдерін табу алгоритмдері құрылған және олардың бірмәнді шешілімділік шарттары бастапқы берілімдер терминдерінде тағайындалған.

Зерттеу нәтижелерінің теориялық маңызы бар және жүктелген дифференциалдық теңдеулер үшін қолданбалы есептерді математикалық моделдеу кезінде пайдаланылуы мүмкін.

**СОДЕРЖАНИЕ**

ВВЕДЕНИЕ ...…………………………………………………… …...………...................…....6

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ ОТЧЕТА О НИР .....................................................................................8

Алгоритмы нахождения решения и условия разрешимости двухточечных краевых задач для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений…................8

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ..………….…..…………………………… …….………………………........20

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ ……………...…………..........................21

ПРИЛОЖЕНИЕ А - Список опубликованных работ .........……………...………..............…23

ПРИЛОЖЕНИЕ Б - Техническая спецификация и календарный план работ ……….…..... 24

**ВВЕДЕНИЕ**

Отчет содержит исследования по теории двухточечных краевых задач для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Возможности современной вычислительной и измерительной техники позволяют использовать наиболее адекватные математические модели динамических процессов управления в зависимости от их практического назначения. Математическое описание разнообразных динамических процессов управления, в которых будущее течение процессов зависит не только от настоящего, но и существенно определяется предысторией процесса, осуществляется при помощи обыкновенных дифференциальных уравнений с памятью различных видов, называемых также уравнениями с последействием или  нагруженными дифференциальными уравнениями. Нагруженные дифференциальные уравнения используются при решении задач долгосрочного прогнозирования и регулирования уровня грунтовых вод и почвенной влаги. Многие явления в сложных эволюционных системах с памятью существенно зависят от предыстории этой системы. Эти явления, как правило описываются нагруженными дифференциальными уравнениями.

При изучении движущейся точки наблюдения в устройствах обратной связи часто возникают существенно нагруженные дифференциальные уравнения, где порядок производной в нагруженном слагаемом равен или выше порядка дифференциальной части уравнения. При этом, в отличие ранее изученных нагруженных дифференциальных уравнений, нагруженное слагаемое в уравнении не будет являться некоторым возмущением его дифференциальной части.

Особого внимания заслуживают линейные двухточечные краевые задачи для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений.

В работе предложены методы нахождения приближенных решений линейных двухточечных краевых задач для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений и установлены условия существования решения в терминах исходных данных.

Принципиальное отличие идей и научная значимость результатов работы от существующих аналогов заключается в построении эффективных алгоритмов нахождения их решений.

Применяемая методология для научных исследований оценивается высоким качеством: использованы метод параметризации и конструктивные методы решения линейных двухточечных краевых задач для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Поставленная в проекте задача на 2020 год полностью выполнена.

К сильным сторонам проекта относятся: используются методы, разработанные руководителем проекта и учеными Казахстана; научные результаты по проведенным исследованиям приняты к печати в журналах, входящих в список рекомендуемых изданий Комитета по обеспечению качества в сфере образования и науки МОН РК.

Проведенные исследования и результаты соответствуют календарному плану научно-исследовательских работ по теме № AP08955489: "Методы решения многоточечных краевых задач для систем нагруженных дифференциальных уравнений" на 2020-2022 годы со сроком реализации 12 месяцев Специализированного научного направления 8.1: «Фундаментальные и прикладные исследования в области математики и механики» Приоритета 8: «Научные исследования в области естественных наук».

В настоящем отчете отражены исследования по теме "Методы решения многоточечных краевых задач для систем нагруженных дифференциальных уравнений" за 2020 год. Полученные результаты являются дальнейшим развитием теории краевых задач для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений.

**ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ ОТЧЕТА О НИР**

Выбор направления исследований:

- разработка эффективных методов решения линейных двухточечных краевых задач для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений;

- установление условий разрешимости и построение конструктивных методов нахождения решений исследуемой задачи.

**Алгоритмы нахождения решения и условия разрешимости двухточечных краевых задач для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений**

Нагруженные дифференциальные уравнения используются при решении задач долгосрочного прогнозирования и регулирования уровня грунтовых вод и почвенной влаги [1-4]. Многие явления в сложных эволюционных системах с памятью существенно зависят от предыстории этой системы. Эти явления, как правило описываются нагруженными дифференциальными уравнениями. Отметим, что нагруженные дифференциальные уравнения в литературе также называются граничными дифференциальными уравнениями [5, 6]. Также нагруженным дифференциальным уравнением называли дифференциальное уравнение, в которое входят значения искомой функции и ее производных в фиксированных точках области [7]. Различные задачи для нагруженных дифференциальных уравнений и методы нахождения их решений рассмотрены в [8-23].

Данный раздел посвящен линейной двухточечной краевой задаче для существенно нагруженных дифференциальных уравнений. Используя свойства существенно нагруженного дифференциального уравнения рассматриваемая задача сводится к двухточечной краевой задаче для нагруженных дифференциальных уравнений. Данная задача исследуется методом параметризации [24]. Построены алгоритмы нахождения решений краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений и получены условия их осуществимости. Также предлагается численный алгоритм нахождения решения краевой задачи для системы нагруженных дифференциальных уравнений. Данный алгоритм включает численное решение задач Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений и решение линейной системы алгебраических уравнений. Для численного решения задачи Коши применяется метод Рунге-Кутта четвертого порядка.

Результаты раздела соответствуют пункту I Календарного плана на 2020 год.

На для существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений:

(1)

рассматриваем линейную двухточечную краевую задачу с условием

(2)

где -матрицы , , (), и -вектор-функция непрерывны на , и - постоянные -матрицы, – постоянный -вектор, и , .

Через обозначим пространство непрерывных функций с нормой .

Непрерывно дифференцируема на функция называется решением задачи (1), (2), если она удовлетворяет системе существенно нагруженных дифференциальных уравнений (1) и краевому условию (2).

Значение производной в точке нагружения можно найти из системы дифференциальных уравнений (1). Используя уравнение (1), определим

Потом

(3)

Предположим, что матрица обратима, тогда мы получим

(4)

Рассмотрим следующую линейную двухточечную краевую задачу для нагруженных дифференциальных уравнений

(5)

(6)

где

Приведем примеры, показывающие существенное влияние нагруженности на свойства задач. Рассмотрим задачу Коши для нагруженного дифференциального уравнения

(7)

(8)

Интегрируя уравнение (7), используя начальное условие (8) имеем

Так как то значение удовлетворяет равенству

Однако при равенство (9) не выполняется и задача Коши (7), (8) не имеет решения. В то же время задача Коши для линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (без нагруженности) всегда имеет единственное решение.

На рассмотрим периодическую краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения

Общее решение дифференциального уравнения имеет вид: Подставляя общее решение в краевые условия для определения получим соотношения: Так как, такое число не существует, то задача не имеет решения.

Теперь, добавив к правой части дифференциального уравнения нагруженность в точкеполучим периодическую краевую задачу для нагруженного дифференциального уравнения

решение которого имеет вид

Схема метода параметризации.

В настоящей работе краевая задача (5), (6) исследуется методом параметризации. Интервал разбиваем на подинтервалы точками нагружения:

.

Введем пространство систем функций где функций непрерывны на и имеют конечный левосторонний предел , с нормой .

Через обозначим сужение функции на -й интервал , т.е. для , и задача (5), (6) сведется к многоточечной краевой задаче для нагруженных дифференциальных уравнений

(10)

(11)

(12)

где (12) условия склеивания решения во внутренних точках разбиения.

Решением задачи (10) - (12) называется система функций , с непрерывно дифференцируемыми на функциями удовлетворяющими системе нагруженных дифференциальных уравнений (10) и условиям (11), (12).

Задачи (5), (6) и (10) - (12) эквивалентны в следующем смысле. Если - решение задачи (5), (6), то система функциий , где и является решением многоточечной краевой задачи (10) - (12). И наоборот, если система вектор-функций решение задачи (10) - (12), то функция определяемая равенствами , будет решением исходной задачи.

Введем обозначения и на каждом интервале произведем замену . Тогда задача (10) -(12) сведется к эквивалентной многоточечной краевой задаче для дифференциальных уравнений с параметрами

(13) (14)

(15)

(16)

Решением задачи (13) - (16) является пара с элементами

,

где функции непрерывно дифференцируемы на и при удовлетворяет системе обыкновенных дифференциальных уравнений (13) и условиям (14) – (16).

Задачи (5), (6) и (13) – (16) эквивалентны. Если пара с элементами , решение задачи (13) – (16), тогда , определямая соотношениями ,, будет решением задачи (5), (6). Наоборот, если решение задачи (5), (6), тогда пара где , и , будет решением задачи (13) – (16).

Однако задача (13) - (16) от задачи (10) - (12) отличается тем, что здесь появились начальные условия в точках которые позволяют при фиксированных определить функции из интегральных уравнений Вольтерра второго рода

В уравнении (17) вместо подставляя соответствующую правую часть и повторив этот процесс раз, получим

Введя обозначения

получим представление функции вида

(18)

Из (18) находим

Подставляя соответствующие правые части (18) в условия (15), (16), получим систему уравнений относительно неизвестных параметров

(19)

(20)

где единичная матрица размерности Обозначив через матрицу, соответствующей левой части системы (19), (20) и введя векторы

=,

запишем ее в виде

Таким образом, для нахождения неизвестных пар - решения задачи (13) - (16) имеем замкнутую систему уравнений (17), (21). Пара решение задачи (13) - (16), находится как предел последовательности пар определяемой по следующему алгоритму:

Шаг 0: Предполагая, что при выбранном матрица обратима, начальное приближение по параметру определим из уравнения т.е.

б) Используя компоненты вектора и решая задачи Коши (13), (14) при на интервалах , находим функции .

Шаг 1: Подставляя найденные в правую часть (21), из уравнения определим .

б) На отрезках решая задачи Коши (13), (14) при , находим функции . И т.д.

Продолжая процесс, наом шаге получаем систему пар Отметим, что в пункте б) при фиксированных значениях параметра решение задачи Коши находится отдельно на каждом интервале .

Условия сходимости алгоритма и однозначной разрешимости краевой задачи.

Теорема 1. Пусть при некотором матрица обратима и выполняются неравенства:

где ,

Тогда линейная двухточечная краевая задача для нагруженных дифференциальных уравнений (5), (6) имеет единственное решение.

Об одной численной реализации метода параметризации решения краевой задачи для нагруженных дифференциальных уравнений.

Введение дополнительных параметров позволяет получить начальные данные для компонентов неизвестной системы функции и задача (13), (14) при фиксированных значениях параметров является задачей Коши. На интервалах задача Коши решается отдельно и для нахождения решения используется фундаментальная матрица.

Используя – фундаментальную матрицу дифференциального уравнения на решение задачи Коши (13), (14) запишем в виде

. (22)

Решая (22), мы находим представление в терминах и . Подставляя (22) в условия (15) и (16) получим систему уравнений для нахождения неизвестных параметров:

(23)

(24)

Обозначив через матрицу, соответствующей левой части системы (23), (24) и запишем систему в виде

(25)

где

Нетрудно установить, что разрешимость краевой задачи (5), (6) эквивалентна разрешимости системы (25). Решением системы (25) является вектор , состоящий из значений решения исходной задачи (5), (6) в начальных точках подынтервалов, т.е. .

Далее мы рассматриваем задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений на подинтервалах

(26)

где - ( матрица, или вектор, оба непрерывны на . Следовательно, решением задачи (26) является квадратная матрица или вектор размерности . Обозначим через решение задачи Коши (26). Очевидно,

где - фундаментальная матрица дифференциального уравнения (26) на r-м интервале.

Предлагаемый численный метод основан на построении и решении системы (25). Как видно из уравнений (23), (24), коэффициенты и правая часть системы (25) находятся как решение матричных и векторных задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений

(27)

(28)

(29)

Рассмотрим . Разделим каждый r-й интервал на частей с шагом . Предположим, что на каждом интервале переменная принимает свои дискретные значения: , и обозначим через множество таких точек. Приближенные значения коэффициентов и правой части системы (20) найдем решая матричные и векторные задачи Коши (27) – (29) методом Рунге-Кутта 4-го порядка точности с шагом на каждом r -ом интервале. И находим значения (-матриц и n-вектора на .

Тогда получим следующую приближенную систему алгебраических уравнений относительно параметров :

(30)

Решая систему (30) найдем . Как было отмечено выше компоненты =() являются значениями приближенного решения задачи (5), (6) в начальных точках подинтервалов: . Приближенные значения решения в остальных точках подинтервалов определяются решениями задач Коши

(31)

. (32)

Для решения задач Коши (31), (32) на основе метода Рунге-Кутта 4-го порядка точности находим численное решение линейной двухточечной краевой задачи для системы нагруженных дифференциальных уравнений (5), (6). Мы видим, что решение краевой задачи (5), (6) также является решением краевой задачи (1), (2), когда матрица обратима.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Данный отчет содержит исследования по теме "Методы решения многоточечных краевых задач для систем нагруженных дифференциальных уравнений", выполненные в 2020 году в области краевых задач для систем существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений и математического моделирования. Полученные результаты имеют целью дальнейшее развитие теории многоточечных краевых задач для систем существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Построены алгоритмы нахождения решений двухточечных краевых задач для систем существенно нагруженных обыкновенных дифференциальных уравнений и установлены условия их однозначной разрешимости в терминах исходных данных.

Проделанная за отчетный период научно - исследовательская работа по теме касается актуальных проблем современной теории краевых задач для нагруженных дифференциальных уравнений, диктуемых реальными физическими процессами и носит в основном теоретический характер. Результаты, полученные исполнителями темы, являются новыми и достаточно в полной мере отражают содержание поставленных задач.

Высокий уровень выполненных научно-исследовательских работ характеризуется участием исполнителей темы в многочисленных публикациях в авторитетных математических журналах, которое отражено в Списке использованных источников и Приложении А - в списке опубликованных работ настоящего отчёта. Календарный план работ по теме на 2020 год приведен в Приложении Б.

**СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1 Нахушев A.M. Нагруженные уравнения и их применение. - M.: Наука, 2012. - 232 с.

2 Нахушев A.M. Уравнения математической биологии. - M.: Высшая школа, 1995. -205 с.

3 Нахушев A.M. Об одном приближенном методе решения краевых задач для дифференциальных уравнений и его приложения к динамике почвенной влаги грунтовых вод // Дифференциальные уравнения. - 1982. - T. 18, No. 1. - С. 72-81.

4 Нахушев A.M. Задачи со смещением для уравнений в частных производных. - М.: Наука, 2006. - 287 с.

5 Krall A.M. The development of general differential and general differential-boundary systems // Rocky Mountain Journal of Mathematics. - 1975. - Vol. 5. - P. 493-542.

6 Krall A.M. Differential-boundary operators // Trans. Amer. Math. Soc. - 1971. - Vol. 154. - P. 429-458.

7 Iskenderov A.D. The first boundary value problem for a charged system of quasi-linear parabolic equations // Differ. Uravn. - 1971. -Vol. 7, No. 10. - P. 1911-1913.

8 Дженалиев M.T., Рамазанов M.И. [Нагруженные уравнения как возмущения дифференциальных уравнений](javascript:void(0)). - Алматы: Гылым, 2010. - 336 с.

9 Dzhenaliev M.T. Loaded equations with periodic boundary conditions //  Differential equations. - 2001. - Vol. 37, No. 1. - P. 51–57.

10 Abdullaev V.M., Aida-zade K.R. Numerical method of solution to loaded nonlocal boundary value problems for ordinary differential equations // [Computational Mathematics and Mathematical Physics. - 2014. - Vol. 54, No. 7. - P. 1096-1109](https://doi.org/10.1134%2FS0965542514070021).

11 Aida-zade K.R., Abdullayev V.M. Solution to a class of inverse problems for a system of loaded ordinary differential equations with integral conditions // [Journal of Inverse and Ill-Posed Problems. - 2016. - Vol.](https://www.scimagojr.com/journalsearch.php?q=23919&tip=sid&clean=0) 24, No. 5. - P. 543-558.

12 Parasidis I.N. Extension method for a class of loaded diﬀerential equations with nonlocal integral boundary conditions // Bulletin of the Karaganda university-mathematics. - 2019. - Vol. 96, No. 4. - P. 58-68.

13 Parasidis I.N., Providas E., Dafopoulos V. Loaded differential and fredholm integro-differential equations with nonlocal integral boundary conditions // Applied Mathematics and Control Sciences. - 2018. - No. 3. - P. 50-68.

14 Ozturk I. On the nonlocal boundary value problem for one order loaded differential equation // Indian J. pure appl. Math. - 1995. - Vol. 26, No. 4. - P. 309-314.

15 Бакирова Э.A. О признаке однозначной разрешимости двухточечной краевой задачи для системы нагруженных дифференциальных уравнений // Известия НАН РК. -2005. - №1. - С. 95-102.

16 Dzhumabaev D.S. Computational methods of solving the boundary value problems for the loaded differential and Fredholm integro-differential equations // Mathematical Methods in the Applied Sciences. - 2018. - Vol. 41, No. 4. - P. 1439-1462.

17 Dzhumabaev D.S. Well-posedness of nonlocal boundary value problem for a system of loaded hyperbolic equations and an algorithm for finding its solution // Journal of Mathematical Analysis and Applications. - 2018. - Vol. 461, No. 1. - P. 817-836.

18 Dzhumabaev D.S. New general solutions to linear Fredholm integro-differential equations and their applications on solving the boundary value problems, Journal of Computational and Applied Mathematics. - 2018. - Vol. 327, No. 1. - P. 79-108.

19 Бакирова Э.A., Кадирбаева Ж.M. О разрешимости линейной многоточечной краевой задачи для нагруженных дифференциальных уравнений // Известия НАН РК. Серия физико-математическая. - 2016. - Т. 5, № 309. - С. 168-175.

20 Асанова А.Т., Кадирбаева Ж.M. О численном решении двухточечной краевой задачи для импульсных систем нагруженных дифференциальных уравнений // Математический жуpнал. - 2016. - T. 16, №1(59). - C. 101-117.

21 Assanova A.T., Bakirova E.A., Kadirbayeva Zh.M. Numerical implementation of solving a boundary value problem for a system of loaded differential equations with parameter // News of the NAS RK. Series Phys.-Math. - 2019. - Vol. 3, No. 325. - P. 77-84.

22 Assanova A.T., Kadirbayeva Zh.M. On the numerical algorithms of parametrization method for solving a two-point boundary-value problem for impulsive systems of loaded differential equations // Computational and Applied Mathematics. - 2018. - Vol. 37, No. 4. - P. 4966-4976.

23 Assanova A. T., Imanchiyev A. E., Kadirbayeva Zh.M. Numerical Solution of Systems of Loaded Ordinary Differential Equations with Multipoint Conditions // Computational Mathematics and Mathematical Physics. - 2018. - Vol. 58, No. 4. - P. 508-516.

24 Dzhumabayev D.S. Criteria for the unique solvability of a linear boundary-value problem for an ordinary differential equation // U.S.S.R. Comput. Maths. Math. Phys. -1989. -Vol. 29, No. 1. - P. 34-46.

**Приложение А**

**Список опубликованных работ**

В отечественных изданиях, входящих в базу данных Thomson Reuters

1 Kadirbayeva Zh.M., Dzhumabaev A.D. Numerical implementation of solving a control problem for loaded diﬀerential equations with multi-point condition // Bulletin of the Karaganda university. Mathematics series. 2020. - № 4. (принята в печать)

В журналах, входящих в список рекомендуемых изданий Комитета

по обеспечению качества в сфере образования и науки МОН РК

1 Kadirbayeva Zh.M., Karakenova S.G. Numerical solution of the multipoint boundary value problems for essentially loaded ordinary differential equations // Kazakh Mathematical Journal. – 2020. – Vol. 20, No. 4. (принята в печать)

2 Bakirova E.A., Minglibayeva B.B., Kasymova A.B. An algorithm for solving multipoint boundary value problem for the loaded differential and Fredholm integro-differential equations // Kazakh Mathematical Journal. – 2020. – Vol. 20, No. 4. (принята в печать)

**ПРИЛОЖЕНИЕ Б**

Приложения 1.13

к Договору № от\_\_\_\_\_2018 г. на грантовое финансирование

**ТЕХНИЧЕСКАЯ СПЕЦИФИКАЦИЯ И КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН РАБОТ**

По договору № / / / от *J>\_* \_\_\_ 2018 года

***1.* РГ П на праве хозяйственного ведения «И нститут**

***признакам и экономические показатели***

**2.1** Направление работы: теория начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных высокого порядка.

**2.2** Область применения: математическое моделирование, численный анализ, прикладная математика, информационные технологии.

**2.3** Конечный результат:

- за 2018 год: Будут построены алгоритмы нахождения решений начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка и установлены условия их однозначной разрешимости в терминах исходных данных. Будут построены алгоритмы нахождения решений семейства многоточечных краевых задач для дифференциального уравнения третьего порядка и установлены условия их однозначной разрешимости в терминах исходных данных. Будут построены алгоритмы нахождения решений краевых задач с данными на характеристиках для дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа с нагружениями, с запаздывающим аргументом и установлены условия их однозначной разрешимости в терминах исходных данных. Будут построены алгоритмы нахождения решений нелокальной задачи с интегральными условиями, с импульсными воздействиями для дифференциальных уравнений в частных производных третьего порядка и установлены условия их однозначной разрешимости в терминах исходных данных;

- за 2019 год: Будут построены алгоритмы нахождения решений начально-краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка и установлены условия их однозначной разрешимости в терминах исходных данных. Будут построены алгоритмы нахождения решений семейства многоточечных краевых задач для дифференциального уравнения четвертого порядка и уст;

**Техническая спецификация и календарный план работ**





